

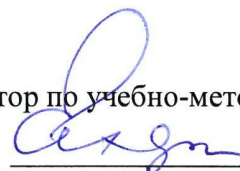
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО ЭКОНОМИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ»

---

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе



Е.С. Сахарчук

«27» 04 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

Теория функций комплексного переменного

образовательная программа направления подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"  
шифр, наименование

**Направленность (профиль)**

Вычислительная математика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника: бакалавр

Форма обучения очная

Курс 4 семестр 7

Москва 2022

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 9 от 10 января 2018 г. Зарегистрировано в Минюсте России 06 февраля 2018 г. №49937.

Разработчики рабочей программы:

МГГЭУ, доцент кафедры прикладной математики

место работы, занимаемая должность

  
подпись

Ахмедов Р.Э.  
Ф.И.О.

14.03  
Дата


2022 г

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры прикладной математики  
(протокол № 1 от «21» 03 2022г.)


на заседании Учебно-методического совета МГГЭУ  
(протокол № 1 от «27» 04 2022г.)

СОГЛАСОВАНО:

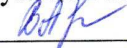
Начальник учебно-методического управления

 И.Г. Дмитриева  
«27» 06 2022 г.

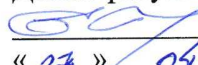
Начальник методического отдела

 Д.Е. Гапеев  
«27» 04 2022 г.

Заведующий библиотекой

 В.А. Ахтырская  
«27» 06 2022 г.

Декан факультета ПМИн

 Е.В.Петрунина  
«27» 04 2022 г.

## 1. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

### 1.1. Цель и задачи изучения учебной дисциплины (модуля)

#### Цель:

- ознакомление студентов с методами теории функций комплексного переменного, которые имеют эффективное применение при решении большого круга задач механики и физики;
- овладение необходимым математическим аппаратом комплексного анализа.
- изучение дисциплины направлено на создание отношения к комплексному анализу как к инструменту исследования и решения прикладных задач.

#### Задачи:

Развитие у студентов логического мышления, математической интуиции, точности и обстоятельности аргументации, т.е. воспитания математической культуры, которая способствовала бы включению будущих специалистов в процесс активного познания, в частности, обеспечивала бы им возможность самостоятельного овладения новым математическим аппаратом и применением его в различных предметных областях.

1.2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» относится к обязательной части блока Б.1. Изучение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных обучающимися при изучении предшествующих курсов: алгебры и геометрии и математического анализа.

Изучение учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» необходимо для освоения таких дисциплин, как: Методы оптимизации, дифференциальные уравнения, математическое моделирование.

### 1.3. Требования к результатам освоения дисциплины

#### *Изучение данной дисциплины направлено на формирование следующих компетенций*

Код компетенции	Содержание компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>Знает</b> основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа. <b>Умеет</b> применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов. <b>Владеет</b> методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.

## 2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы в соответствии с формами обучения

Объем дисциплины «Теория функций комплексного переменного» составляет 4 зачетных единиц/ 144 часа:

Вид учебной работы	Всего, часов	Очная форма
		Курс, часов
	Очная форма	4 курс, 7 сем.
<b>Аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего в том числе:</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
<b>Лекции</b>	<b>20</b>	<b>20</b>
В том числе, практическая подготовка (ЛПП)		
<b>Практические занятия</b>	<b>48</b>	<b>48</b>
В том числе, практическая подготовка (ПЗПП)	<b>10</b>	<b>10</b>
<b>Лабораторные занятия</b>		
В том числе, практическая подготовка (ЛРПП)		
<b>Самостоятельная работа обучающихся</b>	<b>76</b>	<b>76</b>
В том числе, практическая подготовка (СРПП)	<b>16</b>	<b>16</b>
<b>Промежуточная аттестация (подготовка и сдача), всего:</b>		
Контрольная работа		
Курсовая работа		
Зачет	+	+
Экзамен		
Итого: Общая трудоемкость учебной дисциплины (в часах, зачетных единицах)	144 часов (43.е.)	144 часов (43.е.)

2.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (тематика занятий)	Формируемые компетенции (индекс)
<b>Раздел 1. Комплексные числа.</b>			
1.	Тема 1.1 Свойства комплексных чисел.	Основные понятия и определения. Комплексное число. Мнимая единица. Арифметические операции с комплексными числами. Сопряженные комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая формы числа. Извлечение корня степени из данного числа. Геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость.	ПК-2
2.	Тема 1.2. Уравнения с комплексными членами.	Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители. Уравнение прямой и	ПК-2

		окружности в комплексной форме.	
<b>Раздел 2. Функции комплексного переменного.</b>			
3.	Тема 2.1. Множества точек в комплексной плоскости.	Области в комплексной плоскости. Окрестность точки. Открытые, замкнутые, ограниченные множества, их свойства. Граница области. Расширенная комплексная плоскость. Геометрическое место точек, удовлетворяющих данному условию.	ПК-2
4	Тема 2.2. Последовательности и ряды.	Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности. Сходящиеся и расходящиеся последовательности. Числовой ряд. Необходимое условие сходимости ряда. Степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.	ПК-2
5.	Тема 2.3 Функции в комплексных областях.	Определение функции комплексного переменного. Предел и непрерывность функции. Вещественная и мнимая части комплекснозначной функции. Основные элементарные функции и их свойства. Многочлен, дробно-рациональная функция, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.	ПК-2
<b>Раздел 3. Дифференциальное исчисление ФКП.</b>			
6.	Тема 3.1. Условия дифференцируемости ФКП.	Производная комплексно-значной функции в данной точке. Дифференцируемые функции. Связь с непрерывностью. Условия Коши-Римана. Свойства дифференцируемых функций.	ПК-2
7.	Тема 3.2. Аналитические и гармонические функции.	Существование комплексной производной в точках данной области. Аналитичность. Уравнение Лапласа для функции двух переменных. Теоремы о гармонических и аналитических функциях. Дифференцируемость элементарных функций. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.	ПК-2
8.	Тема 3.3. Однозначные и многозначные функции.	Отображения областей комплексной плоскости. Обратные функции. Однолиственность, области однолиственности. Корень $n$ -ой степени и логарифм, их свойства. Многозначные функции, ветви многозначных функций. Теорема об аналитичности обратных функций.	ПК-2
<b>Раздел 4. Интегральное исчисление ФКП.</b>			
9.	Тема 4.1. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.	Интеграл как предел интегральных сумм. Линейность, аддитивность, замена переменной в комплексном интеграле. Оценка абсолютной величины интеграла.	ПК-2
10.	Тема 4.2. Интегрирование вдоль кривой в комплексной области.	Параметрический вид непрерывной кривой в комплексной плоскости. Связь определенного интеграла с криволинейным. Интегрирование вдоль отрезка и окружности. Теорема Коши. Интегрирование вдоль различных кривых в односвязной области.	ПК-2

### 2.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№	Наименование раздела			
---	----------------------	--	--	--

п/п	(темы)	Аудиторная работа		Внеауд. работа	Объем в часах
		Л	ПЗ/ЛР	СР	Всего
		в том числе, ЛПП	в том числе, ПЗПП/ЛРПП	в том числе, СРПП	в том числе, ПП
7 семестр					
<b>РАЗДЕЛ 1</b>					
1.	Комплексные числа.	4	12	16	32
2.	Функции комплексного переменного.	4	12	20	36
3.	Дифференциальное исчисление ФКП.	6	12	20	38
4.	Интегральное исчисление ФКП.	6	12	20	38
	<i>Итого:</i>	20	48	76	144
	<i>В том числе ПП:</i>		10	16	17

2.4.

2.5. Планы самостоятельной работы обучающегося по дисциплине (модулю)

№	Название разделов и тем	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость	Формируемые компетенции	Формы контроля
1.	Комплексные числа.	Преобразование модуля и аргумента	8	ПК-2	Опрос
		Простые и кратные корни уравнения	8		
2.	Функции комплексного переменного.	Условия сходимости рядов.	6	ПК-2	Опрос
		Ряды Тейлора и Маклорена.	6		
		Обратные функции и их свойства.	8		
3.	Дифференциальное исчисление ФКП.	Гармонические функции и их приложения	6	ПК-2	Опрос
		Области однолиственности элементарных функций.	8		
		Конформные отображения и их свойства	6		
4.	Интегральное исчисление ФКП.	Односвязные и многосвязные области.	10	ПК-2	Опрос
		Вычисление несобственных интегралов и изучение особых точек функции	10		

### 3. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОВЗ (ПОДА)

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом индивидуальных психофизических особенностей, а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида.

Для получения обучающимися, имеющими ограниченные физические возможности, качественного образования должны выполняться следующие важные условия: обучающийся должен иметь возможность беспрепятственно посещать образовательное учреждение и использовать в своём обучении дистанционные образовательные технологии.

Для обучения и контроля обучающихся с нарушениями координации движений предусмотрено проведение тестирования с использованием компьютера.

Во время аудиторных занятий обязательно использование средств обеспечения наглядности учебного материала с помощью мультимедийного проектора. Скорость изложения материала должна учитывать ограниченные физические возможности студентов.

#### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов (содержит перечень основной литературы, дополнительной литературы, программного обеспечения и Интернет-ресурсы).

#### **5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Интерактивные образовательные технологии, используемые в аудиторных занятиях и самостоятельной работе обучающихся — не предусмотрены.

#### **6. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

6.1. Организация входного, текущего и промежуточного контроля обучения

- Входное тестирование – не предусмотрено
- Текущий контроль – опрос, контрольные, расчетно-графические работы, наблюдения, коллоквиум.
- Промежуточная аттестация – зачет.

6.2. Тематика рефератов, проектов, творческих заданий, эссе и т.п.

Не предусмотрены

6.3. Курсовая работа

Не предусмотрено

6.4. Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженные числа.
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент, их свойства.
3. Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители.
4. Теорема о корнях многочлена  $n$ -ой степени с комплексными коэффициентами. Простые и кратные корни.
5. Извлечение корня степени  $n$  из комплексного числа.
6. Показательная (экспоненциальная) функция, ее свойства. Формулы Эйлера и Муавра.
7. Уравнения прямой и окружности в комплексной форме.
8. Окрестность точки в  $\mathbb{C}$ , область в комплексной плоскости.
9. Предельные и граничные точки множеств в  $\mathbb{C}$ .
10. Открытые, замкнутые, ограниченные множества в  $\mathbb{C}$ .
11. Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности, его свойства.
12. Предел и непрерывность ФКП. Непрерывность элементарных функций.

13. Степенная функция, ее свойства.
14. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, связь между ними.
15. Неограниченность функций  $\sin z$ ,  $\cos z$  в комплексной плоскости.
16. Периодичность показательной функции и функций  $\operatorname{ch} z$ ,  $\operatorname{sh} z$ .
17. Дифференцируемость ФКП, ее связь с непрерывностью.
18. Условия Коши-Римана. Выражение комплексной производной  $f'(z)$  через частные производные от  $\operatorname{Re} f(z)$  и  $\operatorname{Im} f(z)$ .
19. Свойства производных. Производная сложной функции.
20. Аналитические функции, их свойства.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями.
22. Однозначные и многозначные аналитические функции.
23. Обратные функции. Теорема об аналитичности обратной функции.
24. Однолиственность, области однолиственности функций  $w = z^n$ ,  $w = e^z$ .
25. Функции «корень  $n$ -ой степени» и «логарифм» комплексного аргумента.
26. Параметрическое уравнение кривой в  $\mathbb{C}$ . Уравнение окружности  $|z - a| = r$  в параметрической форме.
27. Интегрирование ФКП вдоль непрерывной кривой. Свойства интеграла.
28. Метод замены переменной в комплексном интеграле.
29. Независимость интеграла от пути интегрирования в односвязной области.
30. Интегрирование по замкнутому контуру. Теорема Коши.
31. Ряды с комплексными членами. Необходимое условие сходимости числового ряда.
32. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора в круге  $|z - z_0| < r$ .

#### 6.5. Вопросы к экзамену – нет.

### 7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

#### 7.1. Основная литература

1. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 253 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1845987. - ISBN 978-5-16-017359-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1845987>
2. Титов, К. В. Функции комплексной переменной, ряды и операционное исчисление: компьютерные технологии решения задач и примеров в Wolfram Mathematica : учебное пособие / К. В. Титов, Н. Д. Горелов. — Москва : РИОР : ИНФРА-М, 2019. — (Высшее образование). — 238 с. - ISBN 978-5-369-01677-0. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1021442>

#### 7.2. Перечень дополнительной литературы

- 1 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник для вузов / И. И. Привалов. — Москва : Издательство Юрайт, 2021. — 402 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-14313-3. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/468294>
- 2 Далингер, В. А. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер, С. Д. Симонженков. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва :



Издательство Юрайт, 2021. — 143 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08399-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/472770>

### 7.3. Программное обеспечение

1. Сетевой компьютерный класс, оснащенный современной техникой
2. Офисный программный пакет (например, Microsoft Office 2003 или более поздних версий).
3. Web-браузер Mozilla Firefox или Google Chrome
4. Экран для проектора

### 7.4. Электронные ресурсы

1. Электронная библиотека «Знаниум»: <https://znanium.com/>
2. Электронная библиотека «Юрайт»: <https://urait.ru/>
3. Научная электронная библиотека «Elibrary.ru»: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp>

## **8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

№п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий	Перечень оборудования и технических средств обучения
1	Лекционная аудитория	Мультимедиа
2	Компьютерный класс	Мультимедиа

