

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет Прикладная математика и информатика
Кафедра Информационных технологий и прикладной математики

«Утверждаю»
Зав. кафедрой
Митрофанов Е.П.


подпись
«26» августа 2021 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

«Комплексный анализ»

образовательная программа направления подготовки
01.03.02 "Прикладная математика и информатика"
Б1.О.28 «Дисциплины (модули)», обязательная часть

Профиль подготовки
Вычислительная математика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

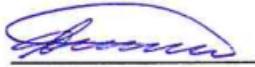
Форма обучения: очная

Курс 2 семестр 4

Москва
2021

Составитель / составители: МГГЭУ, доцент кафедры Информационных технологий и прикладной математики

место работы, занимаемая должность


подпись

Ахмедов Р. Э. «22» августа 2021 г.
Ф.И.О. Дата

Рецензент: МГГЭУ, доцент кафедры Информационных технологий и прикладной математики

место работы, занимаемая должность


подпись

Нутубидзе Д.В. «23» августа 2021 г.
Ф.И.О. Дата

Согласовано:

Представитель работодателя или объединения работодателей
научный сотрудник, ФГБУ ГНЦ Федеральный медицинский биофизический центр имени
А.И. Бурназяна ФМБА России

(должность, место работы)


подпись

Васильев Е.В. «26» августа 2021 г.
Ф.И.О. Дата

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры Информационных технологий и прикладной математики (протокол № 1 от «26» августа 2021 г.)

Зав. кафедрой ИТиПМ


подпись

Митрофанов Е.П. «30» августа 2021 г.

Ф.И.О.

Дата

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » 20 ____ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Содержание

- 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Комплексный анализ»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ОПК-3	<p>Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-3.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.</p> <p>ОПК-3.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-3.3. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.</p>
ПК-2	<p>Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> <p>ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p> <p>ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p> <p>ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий ¹ , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций ²	Контролируемые разделы и темы дисциплины ³	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции ⁴
<i>ОПК-3</i>		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-3. Студент не способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Не знает основ комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ОПК-3.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основах комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

¹ Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

² Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

³ Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

⁴ Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

	Средний уровень	ОПК-3.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-3.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
		<i>Умеет</i>			
	Базовый уровень	ОПК-3.2. Студент испытывает затруднения при применении методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-3.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Владеет</i>				
	Базовый уровень	ОПК-3.3. Студент на базовом уровне владеет основными навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией изученной дисциплины. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
ПК-2		Знает			
	Недостаточный уровень	ПК-2. Студент не способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Не знает основных теорем и формул комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ПК-2.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основных теорем и	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	формул комплексного анализа.		4. Интегральное исчисление ФКП.	
Средний уровень	ПК-2.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.1. Студент способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Умеет			
Базовый уровень	ПК-2.2. Студент непоследовательно применяет методы, теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.2. Студент умеет по образцу решать стандартные	Лекционные и практические занятия, работа в малых	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного	Текущий контроль – опрос, контрольная

	профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.2. Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
<i>Владеет</i>				
Базовый уровень	ПК-2.3. Студент на базовом уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.3. Студент владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности, Допускает незначительные ошибки при	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

		решении задач.		
Высокий уровень	ПК-2.3. Студент на высоком уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ⁵

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

⁵ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
<i>ОПК-3</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные</i>

			<i>затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>
<i>ОПК-3</i>		<i>Знает</i>	
	Недостаточный уровень	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		<i>Умеет</i>	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		<i>Владеет</i>	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и</i>

		математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.
Средний уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
Высокий уровень	ОПК-3.3.	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме опроса:

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме опроса

Раздел 1. Комплексные числа.

- 1 Основные понятия и определения.
- 2 Комплексное число.
- 3 Мнимая единица.
- 4 Арифметические операции с комплексными числами.
- 5 Сопряженные комплексные числа.
- 6 Алгебраическая и тригонометрическая формы числа.
- 7 Извлечение корня степени n из данного числа.
- 8 Геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость.
- 9 Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами.
- 10 Разложение многочлена на линейные множители.
- 11 Уравнение прямой и окружности в комплексной форме.

Раздел 2. Функции комплексного переменного.

- 1 Области в комплексной плоскости.
- 2 Окрестность точки.
- 3 Открытые, замкнутые, ограниченные множества, их свойства.
- 4 Граница области.
- 5 Расширенная комплексная плоскость.

- 6 Геометрическое место точек, удовлетворяющих данному условию.
- 7 Числовые последовательности с комплексными членами.
- 8 Предел последовательности.
- 9 Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
- 10 Числовой ряд.
- 11 Необходимое условие сходимости ряда.
- 12 Степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Определение функции комплексного переменного.
- 14 Предел и непрерывность функции.
- 15 Вещественная и мнимая части комплекснозначной функции.
- 16 Основные элементарные функции и их свойства.
- 17 Многочлен, дробно-рациональная функция, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление ФКП.

- 1 Производная комплексно-значной функции в данной точке.
- 2 Дифференцируемые функции.
- 3 Связь с непрерывностью.
- 4 Условия Коши-Римана.
- 5 Свойства дифференцируемых функций.
- 6 Существование комплексной производной в точках данной области.
- 7 Аналитичность.
- 8 Уравнение Лапласа для функции двух переменных.
- 9 Теоремы о гармонических и аналитических функциях.
- 10 Дифференцируемость элементарных функций.
- 11 Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 12 Отображения областей комплексной плоскости.
- 13 Обратные функции.
- 14 Однолистность, области однолистности.
- 15 Корень n -ой степени и логарифм, их свойства.
- 16 Многозначные функции, ветви многозначных функций.
- 17 Теорема об аналитичности обратных функций.

Раздел 4. Интегральное исчисление ФКП.

- 1 Интеграл как предел интегральных сумм.
- 2 Линейность, аддитивность, замена переменной в комплексном интеграле.
- 3 Оценка абсолютной величины интеграла.
- 4 Параметрический вид непрерывной кривой в комплексной плоскости.
- 5 Связь определенного интеграла с криволинейным.
- 6 Интегрирование вдоль отрезка и окружности.
- 7 Теорема Коши.
- 8 Интегрирование вдоль различных кривых в односвязной области.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Контрольная работа

1. Комплексные числа и их свойства.

А. Операции с комплексными числами.

- 1) Комплексное число $z = x + iy$ однозначно определяется
 - А) одним из двух параметров x или y ;
 - Б) двумя параметрами (x, y) ;
 - В) суммой или разностью x и y .

- 2) Комплексное число можно интерпретировать как
 - А) отрезок на плоскости;
 - Б) вектор на плоскости с началом в точке 0;
 - В) интервал числовой прямой;
 - Г) точку трехмерного пространства.

- 3) При перемножении двух комплексных чисел их модули
 - А) складываются;
 - Б) перемножаются;
 - В) возводятся в квадрат и складываются;
 - Г) складываются, и результат возводится в квадрат.

- 4) Вычитание аргументов двух комплексных чисел осуществляется
 - А) при делении одного числа на другое;
 - Б) при вычитании чисел;
 - В) при извлечении корня.

- 5) Сумма двух взаимно сопряженных чисел
 - А) является чисто мнимым числом;
 - Б) является вещественным числом;
 - В) является положительным числом;
 - Г) однозначного ответа дать нельзя.

- 6) Произведение двух взаимно сопряженных чисел
 - А) является чисто мнимым числом;
 - Б) является отрицательным числом;
 - В) является неотрицательным числом;
 - Г) однозначного ответа дать нельзя.

- 7) Если множество M расширенной комплексной плоскости открыто, то
 - А) бесконечность не является предельной точкой M ;
 - Б) бесконечность является предельной точкой M ;
 - В) любая точка M является внутренней;

- Г) множество внутренних точек образует окрестность.
- 8) Множество предельных точек некоторого множества M
- А) всегда связное;
- Б) является конечным;
- В) является ограниченным;
- Г) включает в себя внутренние точки M .
- 9) Если последовательность $z_n = x_n + iy_n$ сходится, то
- А) обе последовательности x_n и y_n имеют предел;
- Б) последовательности x_n и y_n имеют равные пределы;
- В) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n имеет предел.
- 10) Если последовательность $z_n = x_n + iy_n$ неограниченная, то
- А) обе последовательности x_n и y_n неограниченные;
- Б) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n имеет бесконечный предел;
- В) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n не имеет конечного предела;
- Г) однозначного ответа дать нельзя.
- 11) Многочлен 10-й степени с комплексными коэффициентами
- А) имеет хотя бы один вещественный корень;
- Б) не имеет вещественных корней;
- В) имеют не более пяти невещественных корней;
- Г) имеет ровно десять комплексных корней.
- 12) Корни квадратного уравнения с вещественными коэффициентами и отрицательным дискриминантом
- А) являются противоположными числами;
- Б) являются сопряженными комплексными числами;
- В) являются комплексными числами, дающими в произведении -1 .
- 13) Корни степени n из комплексного числа a
- А) имеют равные модули;
- Б) имеют аргументы, отличающиеся на величину π/n .
- В) образуют сходящуюся последовательность.
- 14) Пересечение конечного числа открытых множеств
- А) является конечным множеством;
- Б) является открытым множеством;
- В) является ограниченным множеством;
- Г) является окрестностью.

- 15) Достаточным условием непрерывности функции $f(z)$ в точке a является
- A) существование предела $f(z)$ при $z \rightarrow a$;
 - B) существование предела $f(z)$ при $z \rightarrow a$, равного $f(a)$;
 - C) существование предела $f(z_n)$ хотя бы для одной последовательности z_n , сходящейся к a ;
 - D) ограниченность $f(z)$ в окрестности точке a .
- 16) Вещественная и мнимая части многочлена $P(z)$, $z = x + iy$
- A) являются вещественными многочленами от двух переменных;
 - B) принимают вещественные и чисто мнимые значения соответственно;
 - C) принимают неотрицательные значения.
- 17) Формула Эйлера
- A) устанавливает связь между вещественной и мнимой частью комплексного числа;
 - B) устанавливает связь между показательной и тригонометрической функциями;
 - C) устанавливает соотношения между тригонометрическими функциями;
 - D) устанавливает соотношения между алгебраической и тригонометрической формами числа.
- 18) Уравнение $e^z = 0$
- A) не имеет вещественных корней;
 - B) не имеет корней;
 - C) имеет чисто мнимые корни;
 - D) имеет единственный корень.
- 19) Функция $f(z) = \operatorname{ch} z$, $z \in \mathbb{C}$
- A) является нечетной;
 - B) является четной;
 - C) является ограниченной;
 - D) принимает только вещественные значения.
- 20) Функция $f(z) = \sin z$, $z \in \mathbb{C}$
- A) является нечетной;
 - B) является четной;
 - C) является ограниченной;
 - D) принимает только вещественные значения.

Б. Множества точек в комплексной плоскости. Последовательности.

Вариант №1

- Найти точку, симметричную точке $z_0 = \sqrt{2}e^{\pi i/4}$:
 - относительно прямой $Re z = 0$;
 - относительно окружности $|z + 2 - i| = 3$.
- Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \frac{n \cdot i^{3n} + 1}{n^2 - 2}.$$

- Составить многочлен степени 4, имеющий корни $a_k = e^{2k\pi i/3}$ ($k = 0, 1, 2$) и $b = 0$.

- Определить, является ли данная функция аналитической в области определения:

$$f(z) = 2z^2 \cos iz - \bar{z}.$$

Вариант №2

- Найти все значения корня из комплексного числа $\sqrt[3]{i}$.
- Определить, является ли точка $z_0 = 2i$ внутренней точкой области $D = \{z: \left| \frac{z-2}{iz-1} \right| > 3\}$.
- Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \operatorname{ch}(in\pi + 1).$$

- Определить, в каких точках области определения функция

$$f(z) = ix^3 - x^2y + ixy^2 - y^3, \quad z = x + iy \text{ является:}$$

- дифференцируемой;
- аналитической.

Вариант №3

- Для отображения, осуществляемого функцией $f(z) = (z + 1)^6$ ($z \in \mathbb{C}$), определить:
 - точки, в которых отображение является конформным;
 - образ множества $D = \{z: 0 < \arg(z + 1) < \frac{\pi}{6}\}$.
- Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \arg \left(-1 + \frac{\cos i}{n} \right).$$

- Составить многочлен степени 3, имеющий корни $-1, b$ и \bar{b} , где $b = 2e^{i\pi/3}$.

4. Определить, является ли точка $z_0 = 4e^{5\pi i/4}$ внутренней точкой области $D = \{z: \operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z\}$.

2. Функции комплексного переменного.

Задание 1. Укажите логические связи между утверждениями P и Q, если

P: $\lim_{z \rightarrow a} f(x + iy) = b$ Q: $f(z) = f(x + iy)$ непрерывна в точке a.

Варианты ответа:

- A) $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$
- Б) $P \Rightarrow Q$ и $Q \not\Rightarrow P$
- В) $P \not\Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$
- Г) $P \not\Rightarrow Q$ и $Q \not\Rightarrow P$

Задание 2. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \operatorname{Re} z_n$; $z_n = \frac{i^n}{(n+1)!}$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная снизу, немонотонная
- Б) ограниченная, немонотонная
- В) ограниченная, убывающая Г) немонотонная, сходящаяся
- Д) возрастающая, сходящаяся

Задание 3. Найдите модуль комплексного числа $z = \cos \frac{\pi}{3} - 2i$.

Варианты ответа:

- А) 2
- Б) $2\sqrt{17}$
- В) $\frac{\sqrt{17}}{2}$
- Г) $2i$
- Д) $\frac{2\pi}{3}$

Задание 4. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного $f(z) = z\bar{z} + 1$, где $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А) $xy, 1$
- Б) $x - iy, 2i$
- В) $x - ixy, 0$
- Г) $x^2 + y^2 + 1, 0$

Задание 5. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \left| \frac{(-1+i)^n}{(n^3+3n^2)} \right|$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная, немонотонная
- Б) неограниченная, немонотонная
- В) ограниченная, расходящаяся
- Г) немонотонная, сходящаяся

Задание 6. Выберите условие, при котором последовательность $y_n = \operatorname{Im} z_n$ является ограниченной.

Варианты ответа:

- А) $|z_n|$ – возрастающая, сходящаяся

- Б) $|z_n|$ – содержит ограниченную подпоследовательность
 В) x_n или y_n содержит сходящуюся подпоследовательность
 Г) $x_n \cdot y_n$ содержит только конечное число положительных членов

Задание 7. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного $f(z) = z\bar{z} + i$, где $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А) $xy, 1$ Б) $x + iy, i/2$ В) $x^2 + y^2, 1$ Г) $x + y - 1, 0$

Задание 8. Выберите условие, при котором последовательность $x_n = \operatorname{Re} z_n$ не является ограниченной.

Варианты ответа:

- А) x_n – бесконечно малая
 Б) $x_n + y_n$ является подпоследовательностью сходящейся последовательности
 В) $x_n + y_n$ является подпоследовательностью монотонной последовательности
 Г) x_n содержит только конечное число членов, отличных от 1

Задание 9. Определите множество значений функции $f(x + iy) = 2^{-|z|}$

Варианты ответа:

- А) $[0; 1]$ Б) $(0; 1]$ В) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ Г) $(-\infty; \infty)$ Д) $[1; 2]$

Задание 10. Найдите модуль комплексного числа $z = \sqrt{3}(2i + i^3)$.

Варианты ответа:

- А) $\sqrt{3}$ Б) $\sqrt{6}$ В) $2\sqrt{6}$ Г) 0 Д) 1

3. Дифференциальное исчисление ФКП.

Задание 1. Определите, имеет ли данная функция производную в каких-либо точках \mathbb{C} . Найдите производную в каждой из этих точек:

- 1) $f(z) = z\bar{z};$
- 2) $f(z) = z^2;$
- 3) $f(z) = z\operatorname{Re} z;$
- 4) $f(z) = \operatorname{Im} z + z^2;$
- 5) $f(z) = \bar{z} + \operatorname{Re} z;$
- 6) $f(z) = \frac{1}{z} - |\bar{z}|.$

Задание 2. Определите, при каких значениях параметров a и b ($a, b \in \mathbb{R}$) функция $f(z)$ является дифференцируемой в каждой точке комплексной плоскости. Найдите ее выражение через переменную $z = x + iy$.

- 1) $f(z) = x^2 - b y^2 + iaxy;$
- 2) $f(z) = ae^x \sin y - ibe^x \cos y;$
- 3) $f(z) = az + b\bar{z};$
- 4) $f(z) = x + ay + i(bx + \bar{a}y);$
- 5) $f(z) = -\cos x(e^y + be^{-y}) + i \sin x (e^y + ae^{-y}).$

Задание 3.

Определите области, в которых данная функция является аналитической. Найдите производную функции в этих областях.

- 1) $f(z) = z + i|z|^2;$
- 2) $f(z) = x^2 + i y^2;$
- 3) $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$
- 4) $f(z) = |x^2 - y^2| + 2i|xy|;$
- 5) $f(z) = x^3 - 3xy^3 - i(y^3 - 3x^2y);$
- 6) $f(z) = \frac{4z^2 - 2iz^3}{(z-1)(z+i)}.$

Задание 4.

Разложите функцию $f(z)$ в ряд по степеням $z - a$ и определите радиус сходимости ряда:

- 1) $f(z) = e^z, a = -1;$
- 2) $f(z) = \ln(2 - z), a = 0;$
- 3) $f(z) = \frac{1}{3-2z}, a = 0;$
- 4) $f(z) = \frac{z}{z^2+i}, a = 0;$
- 5) $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}, a = \frac{1}{2};$
- 6) $f(z) = \cos^2 iz, a = 0;$
- 7) $f(z) = \ln(2 + z - z^2), a = 1;$
- 8) $f(z) = \frac{z}{z^2-4z-5}, a = 0.$

Задание 5. Найти множество точек, в которых функция $u(x, y)$ (или $v(x, y)$) является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая в некоторой области D функция: $f(z), z = x + iy$, на которой $\operatorname{Re} f = u$ (соответственно $\operatorname{Im} f = v$). Если такая функция $f(z)$ существует, то найти ее:

- 1) $v(x, y) = -y^2 - x^2 + 2;$
- 2) $v(x, y) = x^2 - y^2 + x;$
- 3) $u(x, y) = xy^2;$
- 4) $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2);$
- 5) $u(x, y) = e^x \sin y;$
- 6) $u(x, y) = e^{-2y} \cos 2x;$
- 7) $v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2};$
- 8) $v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + i.$

Задание 6. Найти радиус и область сходимости степенного ряда с комплексными членами. Исследовать сходимость ряда.

- 1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 4}{3^n} (x + 3)^n.$
- 2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 6}{6^n} (x - 6)^n.$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} 4 \frac{n^2 - 4}{3^n} (x - 4)^n.$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n.$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6}{6^n} (x + 6)^n.$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n.$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 2}{2^n} (x - 2)^n.$$

$$8) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 4}{4^n} (x + 4)^n.$$

$$9) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 5}{5^n} (x + 5)^n.$$

$$10) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3}{3^n} (x - 3)^n.$$

4. Интегральное исчисление ФКП.

А. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

1. Вычислить интегралы: а) $\int_0^i z \cos z \, dz$; б) $\int_0^{1+\pi i} z e^{-z} \, dz$;
в) $\int_0^{1+i} z^2 \, dz$.

2. Вычислить интегралы: а) $\int_0^i z e^z \, dz$; б) $\int_1^{1+i} dz/z$;
в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}+i} \sin z \, dz$.

Б. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости.

1. Вычислить $\int_C \operatorname{Im} z \, dz$, где C – прямолинейный отрезок, соединяющий точку 0 с точкой $2 + i$.

2. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z}$, где C – окружность $|z| = 1$.

3. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$, где C – верхняя половина окружности $|z| = 1$, направление обхода: от точки $(1,0)$ до точки $(-1,0)$ (\sqrt{z} взять из общей формулы при $k = 0$).

4. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z}$, где C – граница области $\{1 < |z| < 2\}$.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Расчетно-графическое задание

1. Комплексные числа. Множества точек в комплексной плоскости.

Задание 1.

1. Вычислить $(4 - i) \cdot (1 + 6i)$, $(\sqrt{3} + i)^2$, $(-5i - 3) \cdot i^{-2}$
2. Представить комплексное число z в алгебраической и тригонометрической форме. $z = \frac{-2-2i}{i^5}$.
3. Дать определение граничных точек множества $M \subset \mathbb{C}$.
4. Найти все предельные точки множества $M = \{z: -2 < \operatorname{Im} z \leq 1\}$. Является ли данное множество открытым?

Задание 2.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа $\frac{6-2i}{4+2i}$, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{10}$.
2. Найти многочлен третьей степени, имеющий комплексные корни $\square, -a$ и 1 .
3. Дать определение открытого множества $M \subset \mathbb{C}$.
4. Найти все граничные точки множества $M = \{z: 1 < \operatorname{Re} z \leq 3\}$. Является ли данное множество ограниченным?

Задание 3.

1. Вычислить $(3 + 2i) \cdot (4 + i)$, $(2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i)^2$, $(i - 5) \cdot (3i)^3$.
2. Представить комплексное число z в алгебраической и тригонометрической форме. $z = \frac{4i}{1+i\sqrt{3}}$.
3. Дать определение предела последовательности $\{z_n\}$, $z_n \in \mathbb{C}$.
4. Найти все внутренние точки множества $M = \{z: 1 \leq |z| \leq 2\}$.

Задание 4.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа $\frac{4-5i}{1+3i}$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{12}$.
2. Найти все корни уравнения $z^3 - 27 = 0$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Что называется модулем комплексного числа? Какие значения принимает $|z|$?

4. Найти все предельные точки множества $M = \{z: 0 < |z| < 4\}$.

2. Функции комплексного переменного.

Задание 1. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = |z - \bar{z}| + i\sqrt{2}, \text{ где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А) $x - iy, i\sqrt{2}$ Б) $x + iy, i\sqrt{2}$ В) $2|y|, \sqrt{2}$ Г) $\sqrt{2y}, 2x$

$$\left(\frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

Задание 2. Найдите предел функции $\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

Варианты ответа:

- А) 1 Б) e^{-2} В) $e^{2.5}$ Г) $\frac{1}{2}$ Д) 2.3

Задание 3. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \frac{n^2 + n}{n\sqrt{n} + 1} + \frac{i^n}{n}$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная, неотрицательная
Б) неограниченная
В) расходящаяся, неотрицательная
Г) сходящаяся, неотрицательная

Задание 4. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = iz + z^2, \text{ где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А) $x, y^2 + 2x$ Б) $xy + y^2, -x$ В) $i + x + y, -xy$ Г) $x^2 - y^2 - y, 2xy + x$

Задание 5. Выберите условие, при котором последовательность $x_n + iy_n$ не является сходящейся.

Варианты ответа:

- А) x_n – бесконечно малая, y_n – ограниченная
Б) обе последовательности x_n, y_n – ограниченные и монотонные
В) последовательности $|x_n|$ и $|y_n|$ – бесконечно малые
Г) последовательность x_n имеет предел, последовательность y_n – возрастает и ограничена сверху

Задание 6. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = (i-1)|\bar{z}|^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А) $x^2 + iy^2 - y, -xy + ix$ Б) $x^2 + y^2, -x^2 - y^2$
 В) $x^2 + y^2, y^2 - x^2$ Г) $-x^2 - y^2, x^2 + y^2$

3. Интегральное исчисление ФКП.

A. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости

Задание 1. Вычислить $\int_0^{1+i} z dz$.

Задание 2. Написать интегральную формулу Коши, выражающую значения функции $f(z)$ в области через значения функции $f(z)$ на границе L области.

Задание 3. Определить радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$.

Задание 4. Найти особые точки функции $\frac{z+2}{z(z-1)^3}$ и определить их тип.

Задание 5. Что такое вычет функции? Как он обозначается?

Задание 6. Написать ряды для функций $\frac{1}{1-z}, \frac{1}{1+z}$.

Задание 7. Формула для определения радиуса сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$.

Задание 8. Написать общий вид ряда Лорана.

B. Интегральная формула Коши

1. Вычислить интеграл $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^3}$, где C – произвольный замкнутый контур, однократно обходящий точку i в положительном направлении.

2. Вычислить интеграл $\oint_{|z-2|=2} \frac{2z^3+1}{(z-1)^4} dz$.

3. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z^2+9}$, если: а) точка $3i$ лежит внутри контура C , а точка $-3i$ – вне его, б) точка $-3i$ лежит внутри контура C , а точка $3i$ – вне его.

4. Применяя формулу Коши, вычислить интегралы: а) $\oint_C \frac{z^3 dz}{z-1}$, б) $\oint_C \frac{z dz}{z^4-1}$, где C – окружность с центром в точке 2 и радиусом 2.

5. Вычислить интегралы по окружностям: а) $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{z+i}$, б) $\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z} dz$,

в) $\oint_{|z+2|=2} \frac{z dz}{z^2-1}$.

6. Вычислить $\int_C z^3 dz$, где C – четверть окружности $|z|=1$, $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$.

7. Вычислить $\int_{-i}^i |z| dz$ вдоль полуокружности $|z|=1$, $\operatorname{Re} z \geq 0$.
8. Вычислить интегралы вдоль кривой C – части окружности $|z|=2$, лежащей в полуплоскости $\operatorname{Im} z \leq 0$ и пробегаемой от точки $z_1 = -2$ до точки $z_2 = 2$ в случаях: а) $\int_C |z| dz$, б) $\int_C z|z| dz$, в) $\int_C (2x - 3iy) dz$.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженные числа.
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент, их свойства.
3. Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители.
4. Теорема о корнях многочлена n -ой степени с комплексными коэффициентами. Простые и кратные корни.
5. Извлечение корня степени n из комплексного числа.
6. Показательная (экспоненциальная) функция, ее свойства. Формулы Эйлера и Муавра.
7. Уравнения прямой и окружности в комплексной форме.
8. Окрестность точки в \mathbb{C} , область в комплексной плоскости.
9. Предельные и граничные точки множеств в \mathbb{C} .
10. Открытые, замкнутые, ограниченные множества в \mathbb{C} .
11. Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности, его свойства.
12. Предел и непрерывность ФКП. Непрерывность элементарных функций.
13. Степенная функция, ее свойства.
14. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, связь между ними.
15. Неограниченность функций $\sin z$, $\cos z$ в комплексной плоскости.
16. Периодичность показательной функции и функций $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{sh} z$.
17. Дифференцируемость ФКП, ее связь с непрерывностью.
18. Условия Коши-Римана. Выражение комплексной производной $f'(z)$ через частные производные от $\operatorname{Re} f(z)$ и $\operatorname{Im} f(z)$.
19. Свойства производных. Производная сложной функции.
20. Аналитические функции, их свойства.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями.
22. Однозначные и многозначные аналитические функции.
23. Обратные функции. Теорема об аналитичности обратной функции.
24. Однолистность, области однолистности функций $w = z^n$, $w = e^z$.
25. Функции «корень n -ой степени» и «логарифм» комплексного аргумента.
26. Параметрическое уравнение кривой в \mathbb{C} . Уравнение окружности $|z - a| = r$ в параметрической форме.
27. Интегрирование ФКП вдоль непрерывной кривой. Свойства интеграла.
28. Метод замены переменной в комплексном интеграле.
29. Независимость интеграла от пути интегрирования в односвязной области.
30. Интегрирование по замкнутому контуру. Теорема Коши.
31. Ряды с комплексными членами. Необходимое условие сходимости числового ряда.

32. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора в круге $|z - z_0| < r$.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.