

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
инклюзивного высшего образования

«Московский государственный гуманитарно-экономический университет»

Факультет Прикладной математики и информатики  
Кафедра Информационных технологий и прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ

И.о. Проректора по учебно-  
методической работе  
Хакимов Р.М.



«\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2021г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)  
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

образовательная программа направления подготовки  
01.03.02 "Прикладная математика и информатика"  
Б1.О.09 «Дисциплины (модули)», Обязательная часть

**Профиль подготовки**  
Вычислительная математика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника:  
Бакалавр

Форма обучения: очная

Курс 2 семестр 4

Москва  
2021

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика (уровень бакалавриата)», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 9 от 10 января 2018 г. Зарегистрировано в Минюсте России 06 февраля 2018 г. №49937.

Составители рабочей программы: МГГЭУ, доцент кафедры Информационных технологий и прикладной математики

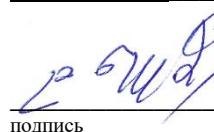
место работы, занимаемая должность

  
подпись

Ахмедов Р.Э.  
Ф.И.О.  
«30» августа 2021 г.  
Дата

Рецензент: МГГЭУ, доцент кафедры информационных технологий и прикладной математики

место работы, занимаемая должность

  
подпись

Нуцубидзе Д.В.  
Ф.И.О.  
«30» августа 2021 г.  
Дата

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры Информационных технологий и прикладной математики (протокол № 2 от «30» августа 2021 г.)

Зав. кафедрой ИТиПМ —   
подпись

Профанов Е.П.  
Ф.И.О.  
«30» августа 2021 г.  
Дата

СОГЛАСОВАНО

Начальник

учебного отдела

«30» августа 2021 г.

Дата

подпись

И.Г. Дмитриева

Ф.И.О.

СОГЛАСОВАНО

Декан факультета ПМИИ

«30» августа 2021 г.

Дата

  
подпись

Е.В. Петрунина

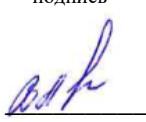
Ф.И.О.

СОГЛАСОВАНО

Заведующая библиотекой

«30» августа 2021 г.

Дата

  
подпись

В.А. Ахтырская

Ф.И.О.

## **ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ**

### **1.1. Цель и задачи изучения учебной дисциплины (модуля)**

#### **Цель:**

- получение базовых знаний об основных понятиях и методах исследования функционального анализа;
- развитие логического мышления и творческой интуиции;
- формирование необходимого уровня математической подготовки для понимания других математических и смежных дисциплин, изучаемых в рамках профиля.

#### **Задачи:**

- освоение студентами основных понятий функционального анализа и связей между ними в форме теорем;
- умение применять математический аппарат при решении прикладных задач;
- развитие навыков решения проблем, в том числе терпение и настойчивость;
- приобретение навыков работы со специальной математической литературой

### **1.2. Требования к результатам освоения дисциплины**

*Изучение данной дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:*

Код и содержание компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), характеризующие этапы формирования компетенций
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	ОПК-3.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования. ОПК-3.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности. ОПК-3.3. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.
ПК-2. Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа. ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ

	информатики, численных методов. ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.
--	--

1.3. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математики и информатика

Учебная дисциплина «Функциональный анализ» относится к обязательной части блока Б1. Изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ» базируется на знаниях, умениях и навыках, полученных обучающимися при изучении предшествующих курсов: «Алгебра и геометрия» и «Математический анализ».

Изучение учебной дисциплины «Функциональный анализ» необходимо для освоения таких дисциплин, как «Уравнения в частных производных», «Дискретная математика» и др.

## **2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

2.1. Объем дисциплины и виды учебной работы в соответствии с формами обучения

Объем дисциплины «Функциональный анализ» составляет 3 зачетных единиц/ 108 часов:

Вид учебной работы	Всего, часов	Курс, часов
	Очная форма	2 курс, 4 сем.
Аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего в том числе:	<b>48</b>	<b>48</b>
Лекции	20	20
Практические занятия	26	26
Лабораторные занятия		
Самостоятельная работа обучающихся	<b>60</b>	<b>60</b>
Промежуточная аттестация (подготовка и сдача), всего:		
Контрольная работа		
Курсовая работа		
Зачет	2	2
Экзамен		
<b>Итого:</b>	<b>108/3</b>	<b>108/3</b>

## 2.2. Содержание дисциплины по темам (разделам)

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Содержание раздела (тематика занятий)	Формируемые компетенции (индекс)
1.	Линейные пространства	Определение линейного пространства. Свойства линейного пространства. Примеры линейных пространств.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2
2.	Евклидовы пространства	Определение скалярного произведения. Определение евклидова пространства. Свойства евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2
3.	Метрические пространства	Определение метрического пространства. Свойства метрического пространства. Примеры метрических пространств.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2
4.	Нормированные пространства	Определение нормированного пространства. Свойства нормированного пространства. Примеры нормированных пространств.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2
5.	Сходимость в метрических и нормированных пространствах.	Определение сходящихся и расходящихся последовательностей в метрических и нормированных пространствах. Интерпретация сходимости по метрике и по норме в конкретных метрических и нормированных пространствах. Понятие фундаментальной последовательности и полноты. Принцип сжимающих отображений.	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2

## 2.3. Разделы дисциплин и виды занятий

№ п/п	Наименование темы дисциплины	Лекционные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Всего часов	Формы текущего контроля успеваемости
1.	Линейные пространства	4	4	12	20	Опрос, проверка практических работ
2.	Евклидовы пространства	4	4	12	20	Опрос, проверка практических работ
3.	Метрические пространства	4	6	12	22	Опрос, проверка практических работ
4.	Нормированные пространства	4	6	12	22	Опрос, проверка практических работ
5.	Сходимость в метрических и нормированных пространствах.	4	6	12	22	Опрос, проверка практических работ
<b>Зачет</b>					2	
	Итого:	20	26	60		

#### 2.4. Планы теоретических (лекционных) занятий

№	Наименование тем лекций	Кол-во часов в 4 семестре
	4 семестр	
<b>РАЗДЕЛ 1. Линейные пространства</b>		
1.	Определение линейного пространства. Свойства линейного пространства. Примеры линейных пространств.	4
<b>РАЗДЕЛ 2. Евклидовы пространства</b>		
1.	Определение скалярного произведения. Определение евклидова пространства. Свойства евклидова пространства. Примеры евклидовых пространств	4
<b>РАЗДЕЛ 3. Метрические пространства</b>		
1.	Определение метрического пространства. Свойства метрического пространства. Примеры метрических пространств.	4
<b>РАЗДЕЛ 4. Нормированные пространства</b>		
1.	Определение нормированного пространства. Свойства нормированного пространства. Примеры нормированных пространств.	4
<b>РАЗДЕЛ 5. Сходимость в метрических и нормированных пространствах.</b>		
1.	Определение сходящихся и расходящихся последовательностей в метрических и нормированных пространствах. Интерпретация сходимости по метрике и по норме в конкретных метрических и нормированных пространствах.	2
2.	Понятие фундаментальной последовательности и полноты. Принцип сжимающих отображений.	2

#### 2.5. Планы практических (семинарских) занятий

№	Наименование тем практических занятий	Кол-во часов в 4 семестре
	4 семестр	
<b>РАЗДЕЛ 1. Линейные пространства</b>		
2.	Бинарные функции, сложение и комбинированное умножение Линейное пространство	2
3.	Примеры линейных пространств	2
<b>РАЗДЕЛ 2. Евклидовы пространства</b>		
1.	Основные неравенства, применяемые в функциональном анализе: Коши, Буняковского. Основные неравенства, применяемые в функциональном анализе: Гёльдера и Минковского	2
2.	Скалярное произведение и его свойства. Примеры евклидовых пространств. Линейная зависимость и независимость элементов в линейном и евклидовом пространствах.	2
<b>РАЗДЕЛ 3. Метрические пространства</b>		
1.	Метрика и её свойства	2
2.	Метрические пространства, примеры	4
<b>РАЗДЕЛ 4. Нормированные пространства</b>		
1.	Норма и её свойства	2
2.	Примеры нормированных пространств	4
<b>РАЗДЕЛ 5. Сходимость в метрических и нормированных пространствах.</b>		
1.	Сходимость в метрическом и нормированном пространствах	2
2.	Понятие фундаментальной последовательности и полноты	4

2.6. Планы лабораторных работ – не предусмотрено.

2.7. Планы самостоятельной работы обучающегося по дисциплине (модулю)

№	Название разделов и тем	Виды самостоятельной работы	Трудоемкость	Формируемые компетенции	Формы контроля
1.	Линейные пространства	Работа с источниками	12	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашние задания
2.	Евклидовы пространства	Работа с источниками	12	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашние задания
3.	Метрические пространства	Работа с источниками	12	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашние задания
4.	Нормированные пространства	Работа с источниками	12	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашние задания
5.	Сходимость в метрических и нормированных пространствах.	Работа с источниками	12	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2	Домашние задания

### **3. ОСОБЕННОСТИ ОБУЧЕНИЯ ЛИЦ С ОВЗ (ПОДА)**

Обучение лиц с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом индивидуальных психофизических особенностей, а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида.

Для получения обучающимися, имеющими ограниченные физические возможности, качественного образования должны выполняться следующие важные условия: обучающийся должен иметь возможность беспрепятственно посещать образовательное учреждение и использовать в своём обучении дистанционные образовательные технологии.

Для обучения и контроля обучающихся с нарушениями координации движений предусмотрено проведение тестирования с использованием компьютера.

Во время аудиторных занятий обязательно использование средств обеспечения наглядности учебного материала с помощью мультимедийного проектора. Скорость изложения материала должна учитывать ограниченные физические возможности студентов.

### **4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ**

**Учебно-методическое и информационное** обеспечение дисциплины для организации самостоятельной работы студентов (содержит перечень основной литературы, дополнительной литературы, программного обеспечения и Интернет-ресурсы).

### **5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

#### **5.1 Перечень основной литературы**

1. Математический анализ: N-мерное пространство. Функции. Экстремумы : учебник / В.Е. Барбаумов, Н.В. Попова. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 341 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — [www.dx.doi.org/10.12737/19603](http://www.dx.doi.org/10.12737/19603). - Текст : электронный. - URL: <https://new.znanium.com/catalog/product/937931>

2. Садовничая, И. В. Математический анализ. Функции многих переменных : учебник и практикум для академического бакалавриата / И. В. Садовничая, Т. Н. Фоменко. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 206 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-06584-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/438941>

### **5.2. Перечень дополнительной литературы**

1. Функциональный анал-лиз. Мера и интеграл : учеб.пособие для мат.спец.вузов / Миротин, А. Р. - 2-е изд. - М. : Либроком, 2013. - 146с. - ISBN 978-5-397-03736-5.
2. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: Учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - Москва : НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с.: 70x100 1/16. - (Высшее образование). (обложка)ISBN 978-5-16-006429-1 - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/377270>

### **5.3. Программное обеспечение**

1. Сетевой компьютерный класс, оснащенный современной техникой
2. Офисный программный пакет (например, Microsoft Office 2003 или более поздних версий).
3. Web-браузер Mozilla Firefox или Google Chrome
4. Экран для проектора

### **5.2 Электронные ресурсы**

1. Электронная библиотека «Знаниум»: <https://znanium.com/>
2. Электронная библиотека «Юрайт»: <https://urait.ru/>
3. Научная электронная библиотека «Elibrary.ru»: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp>

## **6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)**

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий	Перечень оборудования и технических средств обучения
1	Лекционная аудитория	Мультимедийный проектор, интерактивная доска
2	Компьютерный класс	Компьютерный класс (компьютеры МХР Pentium, мониторы LG), принтеры, мультимедиа проектор –1. Терминалы к сети Internet.

## 7. ОЦЕНКА КОМПЕТЕНЦИЙ ПО ИЗУЧАЕМОЙ ДИСЦИПЛИНЕ

№	Критерии оценки	
	«незачтено»	«зачтено»
<b>ЗНАТЬ</b>		
1	<p>Студент не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</p> <p>Не знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования, основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования, основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p>	<p>Студент самостоятельно выделяет главные положения в изученном материале.</p> <p>Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования, основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.</p> <p>Показывает глубокое знание и понимание основных теорем и формул математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p>
<b>УМЕТЬ</b>		
2	<p>Студент испытывает затруднения в ходе решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.</p> <p>Студент непоследовательно применяет методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности.</p> <p>Студент не умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p>	<p>Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними.</p> <p>Студент умеет самостоятельно решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования, а также применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности.</p> <p>Студент умеет использовать основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p>
<b>ВЛАДЕТЬ</b>		
3	<p>Студент не владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий, а также методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>	<p>Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией изученной дисциплины. Владеет знаниями всего изученного материала, навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий, а также методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>

## **8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

Интерактивные образовательные технологии, используемые в аудиторных занятиях обучающихся — не предусмотрены.

### **1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

#### **9.1. Организация входного, текущего и промежуточного контроля обучения**

- Входное тестирование – не предусмотрено
- Текущий контроль – опрос, проверка практических работ.
- Промежуточная аттестация – зачет.

#### **9.2. Тематика рефератов, проектов, творческих заданий, эссе и т.п.**

Не предусмотрены

#### **9.3. Курсовая работа**

Не предусмотрено.

#### **9.4. Вопросы к зачету**

1. Конечномерные линейные пространства. Базис и размерность пространства.
2. Функциональные пространства (пространство многочленов,  $C[a, b]$ ,  $C^k[a, b]$ , пространство суммируемых последовательностей  $\ell_p$ ).
3. Линейные нормированные пространства. Подпространство.
4. Линейная независимость системы векторов линейного пространства.
5. Выпуклые множества в линейных пространствах и их свойства.
6. Сходимость в линейных нормированных пространствах. Предельные точки множества.
7. Открытые и замкнутые множества в линейных пространствах, их свойства.
8. Фундаментальные последовательности. Полные нормированные (банаховы) пространства.
9. Принцип сжимающих отображений в банаховом пространстве.
10. Оценка скорости сходимости итерационного процесса с учетом коэффициента сжатия.
11. Скалярное произведение в евклидовом пространстве.
12. Неравенство Коши-Буняковского в вещественном евклидовом пространстве. Угол между векторами.
13. Ортогональные и ортонормированные системы, их свойства.
14. Пространства Лебега с интегральной нормой.
15. Наилучшее приближение элемента гильбертова пространства.
16. Ряд Фурье в гильбертовом пространстве. Коэффициенты разложения вектора  $x$  в ортогональном базисе.
17. Линейные операторы и функционалы. Ограниченные и непрерывные операторы.
18. Норма линейного оператора, ее свойства.

19. Общий вид линейного ограниченного функционала в гильбертовом пространстве.

20. Операции над множествами в  $\mathbb{R}^n$ . Кольцо,  $\sigma$  – кольцо, алгебра множеств.
21. Аддитивные и счетно-аддитивные функции множеств.
22. Мера Лебега на вещественной прямой. Продолжение меры с алгебры на содержащую ее  $\sigma$ -алгебру.
23. Счетные и несчетные множества. Канторово множество.
24. Мера Лебега в  $n$ -мерном вещественном пространстве.
25. Различные виды сходимости функциональных последовательностей (поточечная, почти всюду, по мере).

#### 9.6. Контроль освоения компетенций

Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
Опрос	1,2,3,4,5	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2
Проверка практических работ проверка	1,2,3,4,5	ОПК-1, ОПК-3, ПК-2

## **ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ**