

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет Прикладная математика и информатика
Кафедра Информационных технологий и прикладной математики

«Утверждаю»
Зав. кафедрой
Митрофанов Е.П.


подпись
«26» августа 2021 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

«Комплексный анализ»

образовательная программа направления подготовки
01.03.02 "Прикладная математика и информатика"
Б1.О.28 «Дисциплины (модули)», обязательная часть

Профиль подготовки
Вычислительная математика и информационные технологии

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения: очная

Курс 2 семестр 4

Москва
2021

Содержание

- 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Комплексный анализ»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ОПК-3	<p>Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-3.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования.</p> <p>ОПК-3.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности.</p> <p>ОПК-3.3. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.</p>
ПК-2	<p>Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> <p>ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p> <p>ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p> <p>ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий ¹ , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций ²	Контролируемые разделы и темы дисциплины ³	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции ⁴
ОПК-3		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-3. Студент не способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Не знает основ комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ОПК-3.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основах комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

¹ Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

² Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

³ Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

⁴ Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

Средний уровень	ОПК-3.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ОПК-3.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Умеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-3.2. Студент испытывает затруднения при применении методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

Средний уровень	ОПК-3.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ОПК-3.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Владеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-3.3. Студент на базовом уровне владеет основными навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией изученной дисциплины. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
ПК-2		Знает			
	Недостаточный уровень	ПК-2. Студент не способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Не знает основных теорем и формул комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ПК-2.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основных теорем и	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

		формул комплексного анализа.		4. Интегральное исчисление ФКП.	
Средний уровень	ПК-2.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.1. Студент способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
		Умеет			
Базовый уровень	ПК-2.2. Студент непоследовательно применяет методы, теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.2. Студент умеет по образцу решать стандартные	Лекционные и практические занятия, работа в малых		1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного	Текущий контроль – опрос, контрольная

		профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.2. Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	
	<i>Владеет</i>				
Базовый уровень	ПК-2.3. Студент на базовом уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	
Средний уровень	ПК-2.3. Студент владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности, Допускает незначительные ошибки при	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание	

		решении задач.			
	Высокий уровень	ПК-2.3. Студент на высоком уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП. 	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ⁵

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

⁵ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК-3		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	ОПК-3.1.	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	ОПК-3.1.	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	ОПК-3.1.	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	ОПК-3.1.	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	ОПК-3.2.	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные</i>

			<i>затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>
<i>ОПК-3</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и</i>	

			<i>математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме опроса:

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме опроса

Раздел 1. Комплексные числа.

- 1 Основные понятия и определения.
- 2 Комплексное число.
- 3 Мнимая единица.
- 4 Арифметические операции с комплексными числами.
- 5 Сопряженные комплексные числа.
- 6 Алгебраическая и тригонометрическая формы числа.
- 7 Извлечение корня степени n из данного числа.
- 8 Геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость.
- 9 Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами.
- 10 Разложение многочлена на линейные множители.
- 11 Уравнение прямой и окружности в комплексной форме.

Раздел 2. Функции комплексного переменного.

- 1 Области в комплексной плоскости.
- 2 Окрестность точки.
- 3 Открытые, замкнутые, ограниченные множества, их свойства.
- 4 Граница области.
- 5 Расширенная комплексная плоскость.

- 6 Геометрическое место точек, удовлетворяющих данному условию.
- 7 Числовые последовательности с комплексными членами.
- 8 Предел последовательности.
- 9 Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
- 10 Числовой ряд.
- 11 Необходимое условие сходимости ряда.
- 12 Степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Определение функции комплексного переменного.
- 14 Предел и непрерывность функции.
- 15 Вещественная и мнимая части комплекснозначной функции.
- 16 Основные элементарные функции и их свойства.
- 17 Многочлен, дробно-рациональная функция, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление ФКП.

- 1 Производная комплексно-значной функции в данной точке.
- 2 Дифференцируемые функции.
- 3 Связь с непрерывностью.
- 4 Условия Коши-Римана.
- 5 Свойства дифференцируемых функций.
- 6 Существование комплексной производной в точках данной области.
- 7 Аналитичность.
- 8 Уравнение Лапласа для функции двух переменных.
- 9 Теоремы о гармонических и аналитических функциях.
- 10 Дифференцируемость элементарных функций.
- 11 Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 12 Отображения областей комплексной плоскости.
- 13 Обратные функции.
- 14 Однолиственность, области однолиственности.
- 15 Корень n -ой степени и логарифм, их свойства.
- 16 Многозначные функции, ветви многозначных функций.
- 17 Теорема об аналитичности обратных функций.

Раздел 4. Интегральное исчисление ФКП.

- 1 Интеграл как предел интегральных сумм.
- 2 Линейность, аддитивность, замена переменной в комплексном интеграле.
- 3 Оценка абсолютной величины интеграла.
- 4 Параметрический вид непрерывной кривой в комплексной плоскости.
- 5 Связь определенного интеграла с криволинейным.
- 6 Интегрирование вдоль отрезка и окружности.
- 7 Теорема Коши.
- 8 Интегрирование вдоль различных кривых в односвязной области.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Контрольная работа

1. Комплексные числа и их свойства.

А. Операции с комплексными числами.

- 1) Комплексное число $z = x + iy$ однозначно определяется
 - А) одним из двух параметров x или y ;
 - Б) двумя параметрами (x, y) ;
 - В) суммой или разностью x и y .

- 2) Комплексное число можно интерпретировать как
 - А) отрезок на плоскости;
 - Б) вектор на плоскости с началом в точке 0 ;
 - В) интервал числовой прямой;
 - Г) точку трехмерного пространства.

- 3) При перемножении двух комплексных чисел их модули
 - А) складываются;
 - Б) перемножаются;
 - В) возводятся в квадрат и складываются;
 - Г) складываются, и результат возводится в квадрат.

- 4) Вычитание аргументов двух комплексных чисел осуществляется
 - А) при делении одного числа на другое;
 - Б) при вычитании чисел;
 - В) при извлечении корня.

- 5) Сумма двух взаимно сопряженных чисел
 - А) является чисто мнимым числом;
 - Б) является вещественным числом;
 - В) является положительным числом;
 - Г) однозначного ответа дать нельзя.

- 6) Произведение двух взаимно сопряженных чисел
 - А) является чисто мнимым числом;
 - Б) является отрицательным числом;
 - В) является неотрицательным числом;
 - Г) однозначного ответа дать нельзя.

- 7) Если множество M расширенной комплексной плоскости открыто, то
 - А) бесконечность не является предельной точкой M ;
 - Б) бесконечность является предельной точкой M ;
 - В) любая точка M является внутренней;

- Г) множество внутренних точек образует окрестность.
- 8) Множество предельных точек некоторого множества M
- А) всегда связное;
- Б) является конечным;
- В) является ограниченным;
- Г) включает в себя внутренние точки M .
- 9) Если последовательность $z_n = x_n + iy_n$ сходится, то
- А) обе последовательности x_n и y_n имеют предел;
- Б) последовательности x_n и y_n имеют равные пределы;
- В) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n имеет предел.
- 10) Если последовательность $z_n = x_n + iy_n$ неограниченная, то
- А) обе последовательности x_n и y_n неограниченные;
- Б) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n имеет бесконечный предел;
- В) хотя бы одна из последовательностей x_n и y_n не имеет конечного предела;
- Г) однозначного ответа дать нельзя.
- 11) Многочлен 10-й степени с комплексными коэффициентами
- А) имеет хотя бы один вещественный корень;
- Б) не имеет вещественных корней;
- В) имеют не более пяти не вещественных корней;
- Г) имеет ровно десять комплексных корней.
- 12) Корни квадратного уравнения с вещественными коэффициентами и отрицательным дискриминантом
- А) являются противоположными числами;
- Б) являются сопряженными комплексными числами;
- В) являются комплексными числами, дающими в произведении -1 .
- 13) Корни степени n из комплексного числа a
- А) имеют равные модули;
- Б) имеют аргументы, отличающиеся на величину π/n .
- В) образуют сходящуюся последовательность.
- 14) Пересечение конечного числа открытых множеств
- А) является конечным множеством;
- Б) является открытым множеством;
- В) является ограниченным множеством;
- Г) является окрестностью.

- 15) Достаточным условием непрерывности функции $f(z)$ в точке a является
- А) существование предела $f(z)$ при $z \rightarrow a$;
 - Б) существование предела $f(z)$ при $z \rightarrow a$, равного $f(a)$;
 - В) существование предела $f(z_n)$ хотя бы для одной последовательности z_n , сходящейся к a ;
 - Г) ограниченность $f(z)$ в окрестности точки a .
- 16) вещественная и мнимая части многочлена $P(z)$, $z = x + iy$
- А) являются вещественными многочленами от двух переменных;
 - Б) принимают вещественные и чисто мнимые значения соответственно;
 - В) принимают неотрицательные значения.
- 17) Формула Эйлера
- А) устанавливает связь между вещественной и мнимой частью комплексного числа;
 - Б) устанавливает связь между показательной и тригонометрической функциями;
 - В) устанавливает соотношения между тригонометрическими функциями;
 - Г) устанавливает соотношения между алгебраической и тригонометрической формами числа.
- 18) Уравнение $e^z = 0$
- А) не имеет вещественных корней;
 - Б) не имеет корней;
 - В) имеет чисто мнимые корни;
 - Г) имеет единственный корень.
- 19) Функция $f(z) = \operatorname{ch} z$, $z \in \mathbb{C}$
- А) является нечетной;
 - Б) является четной;
 - В) является ограниченной;
 - Г) принимает только вещественные значения.
- 20) Функция $f(z) = \operatorname{sin} z$, $z \in \mathbb{C}$
- А) является нечетной;
 - Б) является четной;
 - В) является ограниченной;
 - Г) принимает только вещественные значения.

Б. Множества точек в комплексной плоскости. Последовательности.**Вариант №1**

1. Найти точку, симметричную точке $z_0 = \sqrt{2}e^{\pi i/4}$:

(а) относительно прямой $Re z = 0$;

(б) относительно окружности $|z + 2 - i| = 3$.

2. Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \frac{n \cdot i^{3n} + 1}{n^2 - 2}.$$

3. Составить многочлен степени 4, имеющий корни $a_k = e^{2k\pi i/3}$ ($k = 0, 1, 2$) и $b = 0$.

4. Определить, является ли данная функция аналитической в области определения:

$$f(z) = 2z^2 \cos iz - \bar{z}.$$

Вариант №2

1. Найти все значения корня из комплексного числа $\sqrt[3]{i}$.

2. Определить, является ли точка $z_0 = 2i$ внутренней точкой области $D = \left\{ z: \left| \frac{z-2}{iz-1} \right| > 3 \right\}$.

3. Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \operatorname{ch}(in\pi + 1).$$

4. Определить, в каких точках области определения функция

$$f(z) = ix^3 - x^2y + ixy^2 - y^3, \quad z = x + iy$$
 является:

(а) дифференцируемой; (б) аналитической.

Вариант №3

1. Для отображения, осуществляемого функцией $f(z) = (z + 1)^6$ ($z \in \mathbb{C}$), определить:

(а) точки, в которых отображение является конформным;

(б) образ множества $D = \left\{ z: 0 < \arg(z + 1) < \frac{\pi}{6} \right\}$.

2. Найти предел данной последовательности z_n , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \arg\left(-1 + \frac{\cos i}{n}\right).$$

3. Составить многочлен степени 3, имеющий корни $-1, b$ и \bar{b} , где $b = 2e^{i\pi/3}$.

4. Определить, является ли точка $z_0 = 4e^{5\pi i/4}$ внутренней точкой области $D = \{z: \operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z\}$.

2. Функции комплексного переменного.

Задание 1. Укажите логические связи между утверждениями P и Q, если

P: $\lim_{z \rightarrow a} f(x + iy) = b$ Q: $f(z) = f(x + iy)$ непрерывна в точке a.

Варианты ответа:

- А) $P \Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$
Б) $P \Rightarrow Q$ и $Q \not\Rightarrow P$
В) $P \not\Rightarrow Q$ и $Q \Rightarrow P$
Г) $P \not\Rightarrow Q$ и $Q \not\Rightarrow P$

Задание 2. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \operatorname{Re} z_n$; $z_n = \frac{i^n}{(n+1)!}$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная снизу, немонотонная
Б) ограниченная, немонотонная
В) ограниченная, убывающая Г) немонотонная, сходящаяся
Д) возрастающая, сходящаяся

Задание 3. Найдите модуль комплексного числа $z = \cos \frac{\pi}{3} - 2i$.

Варианты ответа:

- А) 2 Б) $2\sqrt{17}$ В) $\frac{\sqrt{17}}{2}$ Г) $2i$ Д) $\frac{2\pi}{3}$

Задание 4. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного $f(z) = z\bar{z} + 1$, где $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А) $x, 1$ Б) $x - iy, 2i$ В) $x - ix, 0$ Г) $x^2 + y^2 + 1, 0$

Задание 5. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \frac{|(-1+i)^n|}{|n^3+3n^2|}$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная, немонотонная
Б) неограниченная, немонотонная
В) ограниченная, расходящаяся
Г) немонотонная, сходящаяся

Задание 6. Выберите условие, при котором последовательность $y_n = \operatorname{Im} z_n$ является ограниченной.

Варианты ответа:

- А) $|z_n|$ – возрастающая, сходящаяся

- Б) $|z_n|$ – содержит ограниченную подпоследовательность
- В) x_n или y_n содержит сходящуюся подпоследовательность
- Г) $x_n \cdot y_n$ содержит только конечное число положительных членов

Задание 7. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного $f(z) = z\bar{z} + i$, где $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А) $xy, 1$
- Б) $x + iy, i/2$
- В) $x^2 + y^2, 1$
- Г) $x + y - 1, 0$

Задание 8. Выберите условие, при котором последовательность $x_n = \operatorname{Re} z_n$ не является ограниченной.

Варианты ответа:

- А) x_n – бесконечно малая
- Б) $x_n + y_n$ является подпоследовательностью сходящейся последовательности
- В) $x_n + y_n$ является подпоследовательностью монотонной последовательности
- Г) x_n содержит только конечное число членов, отличных от 1

Задание 9. Определите множество значений функции $f(x + iy) = 2^{-|z|}$

Варианты ответа:

- А) $[0; 1]$
- Б) $(0; 1]$
- В) $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$
- Г) $(-\infty; \infty)$
- Д) $[1; 2]$

Задание 10. Найдите модуль комплексного числа $z = \sqrt{3}(2i + i^3)$.

Варианты ответа:

- А) $\sqrt{3}$
- Б) $\sqrt{6}$
- В) $2\sqrt{6}$
- Г) 0
- Д) 1

3. Дифференциальное исчисление ФКП.

Задание 1. Определите, имеет ли данная функция производную в каких-либо точках С. Найдите производную в каждой из этих точек:

- 1) $f(z) = z\bar{z}$;
- 2) $f(z) = z^2$;
- 3) $f(z) = z\operatorname{Re} z$;
- 4) $f(z) = \operatorname{Im} z + z^2$;
- 5) $f(z) = \bar{z} + \operatorname{Re} z$;
- 6) $f(z) = \frac{1}{z} - |\bar{z}|$.

Задание 2. Определите, при каких значениях параметров a и b ($a, b \in \mathbb{R}$) функция $f(z)$ является дифференцируемой в каждой точке комплексной плоскости. Найдите ее выражение через переменную $z = x + iy$.

- 1) $f(z) = x^2 - b y^2 + iaxy$;
- 2) $f(z) = ae^x \sin y - ibe^x \cos y$;
- 3) $f(z) = az + b\bar{z}$;
- 4) $f(z) = x + ay + i(bx + \bar{a}y)$;
- 5) $f(z) = -\cos x(e^y + be^{-y}) + i \sin x (e^y + ae^{-y})$.

Задание 3.

Определите области, в которых данная функция является аналитической. Найдите производную функции в этих областях.

- 1) $f(z) = z + i|z|^2$;
- 2) $f(z) = x^2 + i y^2$;
- 3) $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$
- 4) $f(z) = |x^2 - y^2| + 2i |xy|$;
- 5) $f(z) = x^3 - 3xy^3 - i(y^3 - 3x^2y)$;
- 6) $f(z) = \frac{4z^2 - 2iz^3}{(z-1)(z+i)}$.

Задание 4.

Разложите функцию $f(z)$ в ряд по степеням $z - a$ и определите радиус сходимости ряда:

- 1) $f(z) = e^z, a = -1$;
- 2) $f(z) = \ln(2 - z), a = 0$;
- 3) $f(z) = \frac{1}{3-2z}, a = 0$;
- 4) $f(z) = \frac{z}{z^2+i}, a = 0$;
- 5) $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}, a = \frac{1}{2}$;
- 6) $f(z) = \cos^2 iz, a = 0$;
- 7) $f(z) = \ln(2 + z - z^2), a = 1$;
- 8) $f(z) = \frac{z}{z^2-4z-5}, a = 0$.

Задание 5. Найти множество точек, в которых функция $u(x, y)$ (или $v(x, y)$) является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая в некоторой области D функция: $f(z), z = x + iy$, на которой $\operatorname{Re} f = u$ (соответственно $\operatorname{Im} f = v$). Если такая функция $f(z)$ существует, то найти ее:

- 1) $v(x, y) = -y^2 - x^2 + 2$;
- 2) $v(x, y) = x^2 - y^2 + x$;
- 3) $u(x, y) = xy^2$;
- 4) $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$;
- 5) $u(x, y) = e^x \sin y$;
- 6) $u(x, y) = e^{-2y} \cos 2x$;
- 7) $v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}$;
- 8) $v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + i$.

Задание 6. Найти радиус и область сходимости степенного ряда с комплексными членами. Исследовать сходимость ряда.

- 1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 4}{3^n} (x + 3)^n$.
- 2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 6}{6^n} (x - 6)^n$.

- 3) $\sum_{n=1}^{+\infty} 4 \frac{n^2 - 4}{3^n} (x - 4)^n.$
- 4) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n.$
- 5) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6}{6^n} (x + 6)^n.$
- 6) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n.$
- 7) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 2}{2^n} (x - 2)^n.$
- 8) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 4}{4^n} (x + 4)^n.$
- 9) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 5}{5^n} (x + 5)^n.$
- 10) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3}{3^n} (x - 3)^n.$

4. Интегральное исчисление ФКП.

А. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

1. Вычислить интегралы: а) $\int_0^i z \cos z \, dz;$ б) $\int_0^{1+\pi i} z e^{-z} \, dz;$
в) $\int_0^{1+i} z^2 \, dz.$
2. Вычислить интегралы: а) $\int_0^i z e^z \, dz;$ б) $\int_1^{1+i} dz/z;$
в) $\int_0^{\frac{\pi}{2}+i} \sin z \, dz.$

Б. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости.

1. Вычислить $\int_C \operatorname{Im} z \, dz,$ где C – прямолинейный отрезок, соединяющий точку 0 с точкой $2 + i.$
2. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z},$ где C – окружность $|z| = 1.$
3. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{\sqrt{z}},$ где C – верхняя половина окружности $|z| = 1,$ направление обхода: от точки $(1,0)$ до точки $(-1,0)$ (\sqrt{z} взять из общей формулы при $k = 0$).
4. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z},$ где C – граница области $\{1 < |z| < 2\}.$

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Расчетно-графическое задание

1. Комплексные числа. Множества точек в комплексной плоскости.

Задание 1.

1. Вычислить $(4 - i) \cdot (1 + 6i)$, $(\sqrt{3} + i)^2$, $(-5i - 3) \cdot i^{-2}$
2. Представить комплексное число z в алгебраической и тригонометрической форме. $z = \frac{-2-2i}{i^5}$.
3. Дать определение граничных точек множества $M \subset \mathbb{C}$.
4. Найти все предельные точки множества $M = \{z: -2 < \operatorname{Im} z \leq 1\}$. Является ли данное множество открытым?

Задание 2.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа $\frac{6-2i}{4+2i}$, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{10}$.
2. Найти многочлен третьей степени, имеющий комплексные корни \square , $-a$ и 1 .
3. Дать определение открытого множества $M \subset \mathbb{C}$.
4. Найти все граничные точки множества $M = \{z: 1 < \operatorname{Re} z \leq 3\}$. Является ли данное множество ограниченным?

Задание 3.

1. Вычислить $(3 + 2i) \cdot (4 + i)$, $(2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i)^2$, $(i - 5) \cdot (3i)^3$.
2. Представить комплексное число z в алгебраической и тригонометрической форме. $z = \frac{4i}{1+i\sqrt{3}}$.
3. Дать определение предела последовательности $\{z_n\}$, $z_n \in \mathbb{C}$.
4. Найти все внутренние точки множества $M = \{z: 1 \leq |z| \leq 2\}$.

Задание 4.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа $\frac{4-5i}{1+3i}$, $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{12}$.
2. Найти все корни уравнения $z^3 - 27 = 0$ и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Что называется модулем комплексного числа? Какие значения принимает $|z|$?

4. Найти все предельные точки множества $M = \{z: 0 < |z| < 4\}$.

2. Функции комплексного переменного.

Задание 1. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = |z - \bar{z}| + i\sqrt{2}, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

А) $x - iy, i\sqrt{2}$ Б) $x + iy, i\sqrt{2}$ В) $2|y|, \sqrt{2}$ Г) $\sqrt{2}y, 2x$

Задание 2. Найдите предел функции $\lim_{z \rightarrow 0} \left(\frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$;

Варианты ответа:

А) 1 Б) e^{-2} В) $e^{2.5}$ Г) $\frac{1}{2}$ Д) 2.3

Задание 3. Укажите свойства данной числовой последовательности $x_n = \frac{n^2+n}{n\sqrt{n+1}} + \frac{i^n}{n}$.

Варианты ответа:

- А) ограниченная, неотрицательная
- Б) неограниченная
- В) расходящаяся, неотрицательная
- Г) сходящаяся, неотрицательная

Задание 4. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = iz + z^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

А) $x, y^2 + 2x$ Б) $xy + y^2, -x$ В) $i + x + y, -xy$ Г) $x^2 - y^2 - y, 2xy + x$

Задание 5. Выберите условие, при котором последовательность $x_n + iy_n$ не является сходящейся.

Варианты ответа:

- А) x_n – бесконечно малая, y_n – ограниченная
- Б) обе последовательности x_n, y_n – ограниченные и монотонные
- В) последовательности $|x_n|$ и $|y_n|$ – бесконечно малые
- Г) последовательность x_n имеет предел, последовательность y_n – возрастает и ограничена сверху

Задание 6. Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = (i - 1)|\bar{z}|^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А) $x^2 + iy^2 - y, -xy + ix$ Б) $x^2 + y^2, -x^2 - y^2$
В) $x^2 + y^2, y^2 - x^2$ Г) $-x^2 - y^2, x^2 + y^2$

3. Интегральное исчисление ФКП.

А. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости

Задание 1. Вычислить $\int_0^{1+i} z dz$.

Задание 2. Написать интегральную формулу Коши, выражающую значения функции $f(z)$ в области через значения функции $f(z)$ на границе L области.

Задание 3. Определить радиус сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$.

Задание 4. Найти особые точки функции $\frac{z+2}{z(z-1)^3}$ и определить их тип.

Задание 5. Что такое вычет функции? Как он обозначается?

Задание 6. Написать ряды для функций $\frac{1}{1-z}, \frac{1}{1+z}$.

Задание 7. Формула для определения радиуса сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$.

Задание 8. Написать общий вид ряда Лорана.

Б. Интегральная формула Коши

1. Вычислить интеграл $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^3}$, где C – произвольный замкнутый контур, однократно обходящий точку i в положительном направлении.

2. Вычислить интеграл $\oint_{|z-2|=2} \frac{2z^3+1}{(z-1)^4} dz$.

3. Вычислить $\oint_C \frac{dz}{z^2+9}$, если: а) точка $3i$ лежит внутри контура C , а точка $-3i$ – вне его, б) точка $-3i$ лежит внутри контура C , а точка $3i$ – вне его.

4. Применяя формулу Коши, вычислить интегралы: а) $\oint_C \frac{z^3 dz}{z-1}$, б) $\oint_C \frac{z dz}{z^4-1}$, где C – окружность с центром в точке 2 и радиусом 2.

5. Вычислить интегралы по окружностям: а) $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{z+i}$, б) $\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z} dz$,

в) $\oint_{|z+2|=2} \frac{z dz}{z^2-1}$.

6. Вычислить $\int_C z^3 dz$, где C – четверть окружности $|z|=1, 0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$.

7. Вычислить $\int_{-i}^i |z| dz$ вдоль полуокружности $|z|=1, \operatorname{Re} z \geq 0$.
8. Вычислить интегралы вдоль кривой C – части окружности $|z|=2$, лежащей в полуплоскости $\operatorname{Im} z \leq 0$ и пробегаемой от точки $z_1 = -2$ до точки $z_2 = 2$ в случаях: а) $\int_C |z| dz$, б) $\int_C z|z| dz$, в) $\int_C (2x - 3iy) dz$.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженные числа.
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент, их свойства.
3. Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители.
4. Теорема о корнях многочлена n -ой степени с комплексными коэффициентами. Простые и кратные корни.
5. Извлечение корня степени из комплексного числа.
6. Показательная (экспоненциальная) функция, ее свойства. Формулы Эйлера и Муавра.
7. Уравнения прямой и окружности в комплексной форме.
8. Окрестность точки в \mathbb{C} , область в комплексной плоскости.
9. Предельные и граничные точки множеств в \mathbb{C} .
10. Открытые, замкнутые, ограниченные множества в \mathbb{C} .
11. Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности, его свойства.
12. Предел и непрерывность ФКП. Непрерывность элементарных функций.
13. Степенная функция, ее свойства.
14. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, связь между ними.
15. Неограниченность функций $\sin z$, $\cos z$ в комплексной плоскости.
16. Периодичность показательной функции и функций $\operatorname{ch} z$, $\operatorname{sh} z$.
17. Дифференцируемость ФКП, ее связь с непрерывностью.
18. Условия Коши-Римана. Выражение комплексной производной $f'(z)$ через частные производные от $\operatorname{Re} f(z)$ и $\operatorname{Im} f(z)$.
19. Свойства производных. Производная сложной функции.
20. Аналитические функции, их свойства.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями.
22. Однозначные и многозначные аналитические функции.
23. Обратные функции. Теорема об аналитичности обратной функции.
24. Однолиственность, области однолиственности функций $w = z^n$, $w = e^z$.
25. Функции «корень n -ой степени» и «логарифм» комплексного аргумента.
26. Параметрическое уравнение кривой в \mathbb{C} . Уравнение окружности $|z - a| = r$ в параметрической форме.
27. Интегрирование ФКП вдоль непрерывной кривой. Свойства интеграла.
28. Метод замены переменной в комплексном интеграле.
29. Независимость интеграла от пути интегрирования в односвязной области.
30. Интегрирование по замкнутому контуру. Теорема Коши.
31. Ряды с комплексными членами. Необходимое условие сходимости числового ряда.

32. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора в круге $|z - z_0| < r$.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.