

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-  
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

---

Кафедра информационных технологий и прикладной математики

«Утверждаю»

Зав. кафедрой



Е.В.Петрунина

«26» августа 2019

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**Б1.Б.08 Линейная алгебра**

наименование дисциплины / практики

**38.03.01. Экономика**

шифр и наименование направления подготовки

**Мировая экономика**

**Бухгалтерский учет, анализ и аудит**

наименование профиля подготовки

Составитель / составители: ст.преп. Литвин О.Н.

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании  
кафедры информационных технологий и прикладной математики  
протокол № 1 от «26» августа 2019 г.

## Содержание

1.Паспорт фонда оценочных средств .....	4
2.Перечень оценочных средств.....	6
4. Методические материалы, определяющие процедуры .....	14
оценивания результатов обучения .....	14
5.Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации .....	17

## 1.Паспорт фонда оценочных средств<sup>1</sup>

Таблица 1.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы), дисциплины	Коды компетенций	Оценочные средства - наименование	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Понятие и представления комплексных чисел.	ОПК-1, ОПК-3	Дискуссия/ Опрос Домашние работы	Экзамен
2	Действия над комплексными числами.	ОПК-1, ОПК-3	Дискуссия/ Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
3	Матрицы и действия над ними	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
4	Определитель квадратной матрицы.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
5	Ранг матрицы.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
6	Обратная матрица	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
7	Матричная запись и матричное решение СЛАУ	ОПК-1, ОПК-3	Коллоквиум Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
8	Теорема Кронекера-Капелли.	ОПК-1, ОПК-3	Коллоквиум Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
9	Методы решения СЛАУ.	ОПК-1, ОПК-3	Коллоквиум Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
10	Векторы.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен

<sup>1</sup> Наименование раздела (темы) берется из рабочей программы дисциплины.

<sup>1</sup> Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

11	Скалярное произведение векторов.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
12	Векторное и смешанное произведение векторов.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
13	Векторное пространство.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Домашние работы	Экзамен
14	Переход к новому базису.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
15	Евклидово пространство	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
16	Линейные операторы.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
17	Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен
18	Линейная модель обмена.	ОПК-1, ОПК-3	Опрос Контрольная работа Домашние работы	Экзамен

Таблица 2.

Перечень компетенций:

<b>Код компетенции</b>	<b>Наименование результата обучения</b>
ОПК-1	способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
ОПК-3	способность выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы

## 2.Перечень оценочных средств<sup>2</sup>

Таблица 3.

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Опрос	Средство, которое используя различные режимы опроса позволяют: -закрепить навыки, -быстро проверить знания	<i>Вопросы для подготовки к экзамену</i>
2	Коллоквиум	Целенаправленный и упорядоченный обмен идеями, суждениями, мнениями в группе ради поиска истины, причем каждый из присутствующих по-своему участвует в организации этого обмена идеями	<i>Вопросы для подготовки к экзамену</i>
3	Контрольная работа	Контрольная работа может быть проведена в устной форме, на бумаге, с помощью компьютера, в контролируемой среде (например, некоторые физические тесты) или в открытой среде (например, экзамен по вождению), в течение определённого периода времени под контролем. Может состоять из нескольких вопросов, вопросов, упражнений или заданий. Контрольные работы могут различаться по строгости – любые материалы могут быть запрещены, либо можно использовать один или несколько дополнительных инструментов, например, справочник или калькулятор, чтобы ответить.	<i>Вопросы для подготовки к экзамену</i>
4	Домашняя работа	Задание, задаваемое преподавателем студенту для самостоятельного выполнения после занятий. Домашнее задание призвано предупредить забывание нового изученного на уроке материала, усвоение которого носит концентрированный характер.	<i>Вопросы для подготовки к экзамену</i>

<sup>2</sup> Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

Таблица 4.

### 3. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах формирования компетенций

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Показатели достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК-1		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»	<i>ОПК-1/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы линейной алгебры;</li> <li>• виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>• основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент не способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно»	<i>ОПК-1/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы линейной алгебры;</li> <li>• виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>• основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент испытывает затруднения при решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
	Средний уровень Оценка «хорошо»	<i>ОПК-1/2</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы линейной алгебры;</li> <li>• виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>• основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент способен на достаточном уровне решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Высокий уровень Оценка «отлично»	<i>ОПК-1/3</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• методы линейной алгебры;</li> <li>• виды и свойства матриц, системы линейных</li> </ul>	Студент получил достаточные знания и способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением	

		аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними; <ul style="list-style-type: none"> <li>• основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
		Умеет	
Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»	<i>ОПК-1/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>• применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>		Студент не умеет решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Базовый уровень Оценка «удовлетворительно»	<i>ОПК-1/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>• применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>		Студент испытывает затруднения в решении стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Средний уровень Оценка «хорошо»	<i>ОПК-1/2</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>• применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>		Студент способен на достаточном уровне решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
Высокий уровень Оценка «отлично»	<i>ОПК-1/3</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>• использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>• применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>		Студент освоил достаточные знания и способен самостоятельно решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности
		Владет	



<p>Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»</p>	<p><i>ОПК-1/1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p>Студент не владеет навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>
<p>Базовый уровень Оценка «удовлетворительно»</p>	<p><i>ОПК-1/1</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p>Студент владеет основными навыками и способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры, но испытывает затруднения в применении информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>
<p>Средний уровень Оценка «хорошо»</p>	<p><i>ОПК-1/2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения</li> </ul>	<p>Студент владеет основными навыками и способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры, но испытывает затруднения в применении информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>

		<p>математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	
	<p>Высокий уровень Оценка «отлично»</p>	<p><i>ОПК-1/3</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	<p>Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией, а также способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры, но испытывает затруднения в применении информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности</p>

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Показатели достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК-3		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»	<i>ОПК-3/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>методы линейной алгебры;</li> <li>виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент не способен самостоятельно способность выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно»	<i>ОПК-3/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>методы линейной алгебры;</li> <li>виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент испытывает затруднения при использовании инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
	Средний уровень Оценка «хорошо»	<i>ОПК-3/2</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>методы линейной алгебры;</li> <li>виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент освоил учебный материал на достаточном уровне, чтобы самостоятельно выбирать и использовать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
	Высокий уровень Оценка «отлично»	<i>ОПК-3/3</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>методы линейной алгебры;</li> <li>виды и свойства матриц, системы линейных аналитических уравнений, N-мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;</li> <li>основы линейной алгебры, необходимые для решения экономических задач;</li> </ul> требования информационной безопасности	Студент способен самостоятельно выбирать и использовать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
		Умеет	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»	<i>ОПК-3/1</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>применять методы математического моделирования для</li> </ul>	Студент не умеет самостоятельно использовать выбрать инструментальные средства для обработки экономических

		решения экономических задач	данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Базовый уровень Оценка «удовлетворительно»	<i>ОПК-3/1</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>	Студент испытывает трудности в самостоятельном выборе инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Средний уровень Оценка «хорошо»	<i>ОПК-3/2</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>	Студент умеет самостоятельно выбирать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Высокий уровень: Оценка «отлично»	<i>ОПК-3/3</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>использовать аппарат линейной алгебры;</li> <li>применять методы математического моделирования для решения экономических задач</li> </ul>	Студент умеет на высоком уровне способен критически выбрать инструментальные средства для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
		Владеет	
Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно»	<i>ОПК-3/1</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	Не владеет навыками выбора и использования инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Базовый уровень	<i>ОПК-3/1</i>		Студент владеет базовыми навыками выбора, и использования инструментальных средств, но

Оценка «удовлетворительно»	<ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	испытывает затруднения в обработке экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Средний уровень Оценка «хорошо»	<p><i>ОПК-3/2</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	Студент владеет на достаточном уровне навыками выбора и использования инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы
Высокий уровень Оценка «отлично»	<p><i>ОПК-3/3</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• навыками решения задач линейной алгебры;</li> <li>• навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач;</li> <li>• методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов;</li> <li>• основами информационной и библиографической культуры;</li> <li>• навыками решения стандартных задач профессиональной деятельности.</li> </ul>	Студент владеет на высоком уровне навыками выбора и использования инструментальных средств для обработки экономических данных в соответствии с поставленной задачей, проанализировать результаты расчетов и обосновывать полученные выводы

#### 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

##### *ВОПРОСЫ ДЛЯ ДИСКУССИИ/ ОПРОСА*

1. Какие числа называются рациональными?
2. Существует ли рациональное число, выражающее длину диагонали квадрата со стороной, равной 1?
3. Может ли быть выражено рациональным числом отношение длины окружности к диаметру?
4. Как определяется множество вещественных чисел?
5. Является ли множество комплексных чисел упорядоченным ?
6. Возможно ли установить взаимно однозначное соответствие между множеством комплексных чисел и точками некоторой плоскости?
7. Дайте определение комплексного числа
8. Как определяется алгебраическая форма комплексного числа?
9. Каково соотношение между вещественными и комплексными числами?
10. Какие числа называются комплексно-сопряженными?
11. Почему комплексные корни квадратного уравнения (с вещественными коэффициентами) обязательно являются сопряженными комплексными числами?
12. Какие комплексные числа называются равными?
13. Дайте определение полярной системы координат.
14. Дайте определение модуля и аргумента комплексного числа.
15. Дайте определение тригонометрической формы комплексного числа.
16. Как осуществляется переход от записи комплексного числа, заданного в алгебраической форме, к его тригонометрической форме?
17. Как умножаются и делятся комплексные числа, заданные в тригонометрической форме?
18. Как возводится в степень комплексное число, заданное в тригонометрической форме?
19. По какой формуле извлекается корень  $n$ -й. степени из комплексного числа, заданного в тригонометрической форме?
20. Как записать комплексное число в показательной форме?
21. Что называется тождеством Эйлера?
22. Что называется матрицей?
23. Какая матрица называется квадратной? Что понимается под ее порядком?
24. Какая матрица называется диагональной, единичной?
25. Какая матрица называется матрицей–строкой и матрицей–столбцом?
26. Что является основной числовой характеристикой квадратной матрицы?
27. Какое число называется определителем 1–го, 2–го и 3–го порядка?
28. Что называется минором и алгебраическим дополнением элемента матрицы?
29. Каковы основные свойства определителей?
30. С помощью какого свойства можно вычислить определитель любого порядка?
31. Какие действия осуществляются над матрицами?
32. Что называется суммой (разностью) двух матриц?
33. Что называется произведением двух матриц? Как оно вычисляется?
34. Что называется основной и расширенной матрицей системы линейных уравнений?
35. Что такое ранг матрицы  $A$ ?
36. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли.
37. Когда система линейных алгебраических уравнений определена и когда неопределена?
38. Что такое элементарные преобразования строк матрицы?

39. Опишите структуру бланка расчета в методе Гаусса.
40. Как устанавливается вид функциональной зависимости между величинами и ? Как находится отклонение точки от аппроксимирующей кривой?
41. В чем заключается метод наименьших квадратов?
42. Сформулировать необходимое и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных.
43. Записать нормальную систему уравнений метода наименьших квадратов.
44. Записать нормальную систему уравнений аппроксимации линейной и квадратичной зависимостями.
45. Всегда ли нормальная система уравнений является линейной относительно параметров  $a, b, c, \dots$  ?
46. Что называется невязкой?

## ДОМАШНИЕ РАБОТЫ

### Домашняя работа № 1.

Комплексные числа в алгебраической форме изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме.  $Z_1 = -\sqrt{3} + i$ ;  $Z_2 = 9 - 9i$

а) Записать в алгебраической форме

$$Z_0 = Z_1 - Z_2$$

в) Записать в алгебр. и тригонометрической формах

$$Z_3 = Z_1 \times Z_2 \quad ; \quad Z_4 = Z_1^5.$$

с) Записать в тригонометрической форме.

$$Z_5 = \frac{Z_1}{Z_2} \quad ; \quad Z_6 = \sqrt[4]{Z_1}.$$

### Домашняя работа №2.

Комплексные числа в алгебраической форме изобразить векторами на плоскости и представить в тригонометрической форме:  $Z_1 = -4 + 4i$ ;  $Z_2 = -3 - i\sqrt{3}$ .

а) Записать в алгебраической форме

$$Z_0 = Z_1 + Z_2 \quad .$$

в) Записать в алгебраической и тригонометрической формах.

$$Z_3 = Z_1 \times Z_2 \quad ; \quad Z_4 = Z_1^4.$$

с) Записать в тригонометрической форме.

$$Z_5 = \frac{Z_1}{Z_2} \quad ; \quad Z_6 = \sqrt[3]{Z_1}$$

### Домашняя работа № 3.

1. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной.  $\zeta = 2x_2^2 + 4x_3^2 + 12x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$

2. Записать квадратичную форму в матрично-векторном виде. Выяснить, является ли квадратичная форма положительно определенной, отрицательно определенной, неопределенной.  $\zeta = x_1^2 + 3x_2^2 - 3x_3^2 + 8x_1x_2 - 6x_1x_3 + 4x_2x_3$

### Домашняя работа № 4

1. Составить Индивидуальную Задачу (аналогичную «Задаче об устойчивом распределении автомобилей по срокам эксплуатации») со своим сюжетом и цифрами.

Решить задачу. Представить условие и решение задачи в письменной форме на рассмотрение преподавателя. Срок - две недели.

2. Решить задачу по лекционному материалу. ЗАДАЧА:

Задана структурная матрица торговли трех стран. Требуется найти вектор национальных доходов этих трех стран, обеспечивающий бездефицитную торговлю между ними.

$$A = \begin{pmatrix} 1/4 & 2/6 & 4/12 \\ 2/4 & 1/6 & 3/12 \\ 1/4 & 3/6 & 5/12 \end{pmatrix}$$

*Домашняя работа № 5*

1) Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

2) Показать, что матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$  - подобны.

3) Найти собственные векторы матрицы  $B$ .

4) Показать на примере матрицы  $B$ , что

а) сумма собственных значений матрицы равна сумме ее диагональных членов.

б) произведение собственных значений матрицы равно ее Определителю.

*Домашняя работа № 6*

Определить, является ли данная совокупность векторов линейно зависимой. Найти базис данной системы векторов и разложение каждого из векторов данной совокупности в

этом базисе.  $\vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{a}_4 = \begin{pmatrix} 10 \\ 22 \\ 42 \end{pmatrix}$

*Домашняя работа № 7*

Решить Задачи Линейного Программирования графическим методом:

$$\text{а) } F(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \max \begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 3 \\ 3x_1 - x_2 \leq 6 \\ x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ x_1 - x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \text{б) } F(x) = 6x_1 + 2x_2 \rightarrow \max \begin{cases} -x_1 + x_2 \leq 5 \\ 3x_1 + x_2 \geq 3 \\ x_1 - x_2 \leq 2 \\ x_1 \leq 6 \\ x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$



Домашняя работа № 8

1. Вычислить линейные комбинации матриц:

а)  $2A - B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -6 & 1 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 3 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix}$

б)  $3A + 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 6 & -4 \\ 3 & -2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -2 & 5 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$

2. Найти произведение  $AB$ :

а)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$

б)  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$

3. Найти  $3A \cdot 2B$ , если  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$

4. Найти  $EA$ , если  $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

**Контрольные работы**

*Контрольная работа № 1*

Найти матрицу, противоположную матрице  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ .

*Контрольная работа № 2*

Найти линейную комбинацию  $3A - 2B$ , если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 0 \\ -1 & 5 & 1 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & -2 \\ 0 & -3 & 5 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

*Контрольная работа № 3*

Найти произведение  $AB$ , если  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

Контрольная работа № 3

Найти произведение АВ:

$$а) A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа № 4

1. Вычислить матричный полином  $P(A)$ , где  $p(x) = x^2 - 3x + 9$ ,  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix}$

2. Решить систему уравнений методом Гаусса (исключения неизвестных)

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 5 \\ -x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 5 \\ 5x_1 - x_2 - 2x_3 = 5 \end{cases}$$

3. Посчитать Определитель матрицы системы из п.4

- а) по Правилу Звезды (Правилу Треугольников)
- в) разложением Определителя по строке (столбцу)

4. Решить систему уравнений с помощью обратной матрицы. (Выписать Определитель системы, все Алгебраические дополнения, Присоединенную матрицу системы).

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 = 3 \\ 4x_1 - 5x_2 + 7x_3 = 15 \\ 2x_1 - 3x_2 + 6x_3 = 11 \end{cases}$$

Контрольная работа № 5

1. Решить матричное уравнение:  $X \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$

2. Исследовать систему линейных уравнений на совместность и неопределенность, не решая ее.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 = 11 \\ 4x_1 - x_2 - 3x_3 = 8 \end{cases}$$

3. Исследовать систему линейных уравнений. Если она совместна, указать базисный минор, базисные и свободные переменные. Решить систему методом Крамера. Выписать общее и одно частное решение.

$$\begin{cases} 4x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 5 \\ 3x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 4x_4 = 3 \end{cases}$$

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку пересечения прямых L1, L2 и параллельной прямой L3. Найти угол между прямыми L1 и L2.

$$L1: x - 4y + 1 = 0$$

$$L2: 2x + y - 7 = 0$$

$$L3: 3x + 2y - 5 = 0$$

5. В треугольнике ABC с вершинами в точках A(1, 3), B(9, -3), C(-2, -1) найти: уравнение биссектрисы AD, площадь треугольника ABC.

### **ПРИМЕР КОЛЛОКВИУМА**

Блиц-опрос по теории. В качестве допуска к коллоквиуму студент получает три вопроса на знание определений и формулировок теорем из следующего списка. На эти вопросы надо ответить без подготовки. Ответивший на все три вопроса получает 2 балла, на два — 1 балл, для не ответивших на два из этих вопросов коллоквиум заканчивается.

Векторное пространство. Линейная зависимость векторов. Основная лемма о линейной зависимости. Базис. Линейное отображение. Матрица линейного отображения. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы. Теорема Кронекера–Капелли. Ядро и образ линейного отображения. Явная формула для определителя матрицы. Формулы для разложения определителя по строке и столбцу. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Диагонализуемый оператор. Характеристический многочлен линейного оператора. Теорема Гамильтона–Кэли. Билинейная форма. невырожденная билинейная форма. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базис. Ортогональный оператор, его матрица. Теорема Эйлера. Симметрический оператор, его собственные значения.

Далее студент получает билет с теоретическим вопросом и задачей. Вопрос и задача оцениваются из 4 баллов каждый. (Итого максимальная оценка за коллоквиум —  $2+4+4=10$  баллов). Ответ на вопрос билета должен быть изложен с полными доказательствами. На подготовку отводится 40 минут, пользоваться при подготовке ничем нельзя.

Теоретические вопросы

1. Комплексные числа. Алгебраическая и тригонометрическая форма. Существование обратного к комплексному числу.
2. Линейная зависимость векторов. Основная лемма о линейной зависимости. Базис векторного пространства.
3. Метод Гаусса решения системы линейных уравнений.
4. Ранг матрицы. Равенство строчного и столбцового рангов. Теорема Кронекера–Капелли.
5. Матрица линейного отображения. Действия с матрицами. Матрица композиции линейных отображений.
6. Перестановки. Четность перестановки. Транспозиции.
7. Определитель матрицы: свойства, явная формула. Критерий равенства определителя нулю.
8. Определитель как полилинейная кососимметрическая функция, его единственность (с точностью до нормировки). Лемма об определителе с углом нулей.
9. Разложение определителя по строке и по столбцу. Формулы Крамера.
10. Обратимые матрицы. Эквивалентность обратимости и невырожденности. Метод поиска обратной матрицы (на выбор: при помощи метода Гаусса или алгебраических дополнений).
11. Линейный оператор. Преобразование линейного оператора при замене базиса. Независимость определителя от выбора базиса.
12. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, метод их поиска. Характеристический многочлен. Диагонализуемый оператор, достаточное условие диагонализуемости.

13. Скалярное произведение. Евклидово пространство. Неравенство Коши-Буняковского. 14. Линейные операторы в пространстве со скалярным произведением. Ортогональные операторы. Канонический вид ортогонального оператора. Теорема Эйлера.

15. Симметрические операторы, их собственные значения. Канонический вид симметрического оператора.

16. Билинейные формы, связь между билинейными формами и симметрическими операторами. Приведение формы к сумме квадратов.

### **Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации**

1. Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
4. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел.
5. Формула Муавра.
6. Деление комплексных чисел.
7. Извлечение корней из комплексных чисел.
8. Матрицы и линейные операции над ними. Свойства операций.
9. Матрицы и умножение матриц.
10. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
11. Определители  $n$ -го порядка. Свойства определителей.
12. Теорема Лапласа (о значении определителя).
13. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
14. Обратная матрица и ее свойства.
15. Матричные уравнения.
16. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
17. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
18. Метод Жордана-Гаусса для решения СЛАУ.
19. Ранг матрицы. Его свойства.
20. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).
21. Алгоритм решения произвольной СЛАУ.
22. Система линейных однородных уравнений (СЛОУ). Теорема о ненулевом решении СЛОУ.
23. Фундаментальная система решений СЛОУ. Ее свойства.
24. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
25. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
26. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
27. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
28. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
29. Векторное произведение векторов. Его свойства.
30. Смешанное произведение векторов. Его свойства.

31. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
32. Линейная зависимость векторов на плоскости.
33. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
34. Размерность и базис линейного пространства.
35. Переход к новому базису.
36. Линейные операторы. Теорема о матрице линейного оператора.
37. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
38. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

### **Критерии оценки**

**«Отлично»** – ставится, если студент свободно владеет учебным материалом в рамках курса, способен воспроизвести схему доказательства основных фактов и алгоритм решения основных задач;

**«Хорошо»** – ставится, если студент освоил базовую теоретическую часть курса и/или способен решать стандартные практические задачи, без проведения полного доказательства либо дополнительного анализа;

**«Удовлетворительно»** - ставится, если студент способен воспроизвести не менее 50% учебного материала, имеет общее представление об алгоритмических аспектах решения задач, но не способен применить теоретические знания к решению задач;

**«Неудовлетворительно»** – ставится в случае, когда студент не владеет основными понятиями в рамках данного курса, не способен самостоятельно воспроизвести учебный материал.