

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет прикладной математики и информатики
Кафедра математики

«Утверждаю»



Зав. кафедрой

Миронов Б.Г.

«27» августа 2018 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ

образовательная программа направления подготовки
09.03.03 Прикладная информатика
блок Б1.В.18 «Дисциплины (модули)», вариативная часть,
дисциплины по выбору

Профиль подготовки

Прикладная информатика в менеджменте

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения очная

Курс 3 семестр 5

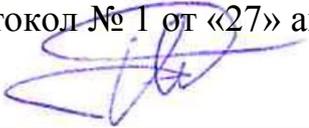
Москва
2018

Составитель / составители: доцент кафедры математики


подпись

Ахмедов Р.Э. «24»августа 2018 г.
Ф.И.О. Дата

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры математики протокол № 1 от «27» августа 2018 г.

Зав. кафедрой 
Подпись Миронов Б.Г. «27» августа 2018 г.
Ф.И.О. Дата

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры

_____ ,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры

_____ ,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры

_____ ,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....
2. Перечень оценочных средств.....
3. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах формирования компетенций
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.....
5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.....

1. Паспорт фонда оценочных средств

по дисциплине «Методы оптимизации»

Таблица 1.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы), дисциплины ¹	Коды компетенций	Оценочные средства - наименование	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
<i>5 семестр</i>				
1	Задачи линейного программирования	ОПК-3 ПК-7	Устный опрос, проверка выполнения заданий	<i>вопросы к экзамену</i>
2.	Теория двойственности.	ОПК-3 ПК-7	Устный опрос, проверка выполнения заданий	<i>вопросы к экзамену</i>
3.	Транспортная задача.	ОПК-3 ПК-7	Устный опрос, проверка выполнения заданий	<i>вопросы к экзамену</i>
4.	Выпуклое программирование.	ОПК-3 ПК-7	Устный опрос, проверка выполнения заданий	<i>вопросы к экзамену</i>
5.	Численные методы оптимизации.	ОПК-3 ПК-7	Устный опрос, проверка выполнения заданий	<i>вопросы к экзамену / Экзамен</i>

Таблица 2.

Перечень компетенций:

Код компетенции	Содержание компетенции
ОПК-3	Способность использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ПК-7	Способность проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач

¹ Наименование раздела (темы) берется из рабочей программы дисциплины.

2. Перечень оценочных средств²

Таблица 3.

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Устный опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Практические задания	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.	Задания для выполнения практических заданий
3	Экзамен		Вопросы к экзамену

² Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

3. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах формирования компетенций

При проведении текущего контроля успеваемости студентов по учебной дисциплине Б1.В.18 «Методы оптимизации» используются следующие критерии оценок:

3.1. Критерии оценки устного опроса

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения терминологии.

Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос.

Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Описание критериев и шкалы оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Оценка
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, активно участвует в дискуссии, высказывает собственное мнение, представляет наглядный материал	Отлично
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, но неактивном участии в дискуссии	Хорошо
Выставляется обучающемуся, который частично подготовил ответ на предложенный вопрос, неактивно участвовал в дискуссии	Удовлетворительно
Выставляется обучающемуся в случае его неготовности к занятию	Неудовлетворительно

3.2. Критерии оценки заданий в форме практических заданий

Практические задания используются для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения учебного материала.

Каждому студенту выдается своё собственное задание.

Отчет должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Описание критериев и шкалы оценивания заданий в форме практических заданий

Критерий оценивания	Оценка
Выставляется обучающемуся, который подготовил отчет, в котором делаются самостоятельные выводы, дается аргументированная критика и самостоятельный анализ фактического материала на основе	Отлично

глубоких знаний литературы по данной теме	
Выставляется обучающемуся, проявившему полное и знание учебного материала, но нет должной степени самостоятельности	Хорошо
Выставляется обучающемуся, проявившему знания основного учебного материала в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, но в основном обладающему необходимыми знаниями и умениями для их устранения при корректировке со стороны преподавателя	Удовлетворительно
Выставляется обучающемуся, обнаружившему существенные пробелы в знании основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине	Неудовлетворительно

3.3. Критерии оценки экзамена

В ходе ответа обучающийся должен показать сформированность компетенции (или компетенций) по дисциплине.

Результаты ответа определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Экзамен представляет собой форму промежуточного контроля знаний по дисциплине. Он проводится в устной форме. Каждому обучающемуся выдается два теоретических вопроса и одна задача.

На подготовку обучающемуся отводится 30 минут.

Описание критериев и шкалы оценивания экзамена

Показатели	Максимальная оценка в баллах
1-й вопрос	30
2-й вопрос	30
Задача	40

0-50 баллов	51-70	71-85	86-100
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Для оценки уровня освоения дисциплин, профессиональных модулей (их составляющих) устанавливаются следующее соответствие:

«отлично» - высокий уровень освоения;

«хорошо», «удовлетворительно» - достаточный уровень освоения;

«неудовлетворительно» - низкий уровень освоения.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Показатели достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
		Знает	
ОПК-3	Недостаточный уровень. Оценка «неудовлетворительно»	ОПК-3. З-1.	Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины
	Базовый уровень. Оценка «удовлетворительно»		Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении
	Средний уровень. Оценка «хорошо»		Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач
	Высокий уровень. Оценка «отлично»		Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике
		Умеет	
	Базовый уровень	ОПК-3. У-1.	Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач
	Средний уровень		Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач
	Высокий уровень		Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки
		Владеет	
	Базовый уровень	ОПК-3. В-1.	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет пробелы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.
	Средний уровень		Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.
	Высокий уровень		Свободно владеет навыками теоретического и экспериментального исследования, показывает глубокое знание и понимание изученного материала

ПК-7		Знает	
	Недостаточный уровень. Оценка «неудовлетворительно»	ПК-7. З-1.	Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины
	Базовый уровень. Оценка «удовлетворительно»		Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении
	Средний уровень. Оценка «хорошо»		Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач
	Высокий уровень. Оценка «отлично»		Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике
		Умеет	
	Базовый уровень	ПК-7. У-1.	Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач
	Средний уровень		Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач
	Высокий уровень		Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки
		Владеет	
	Базовый уровень	ПК-7. В-1.	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет пробелы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.
	Средний уровень		Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.
	Высокий уровень		Свободно владеет навыками теоретического и экспериментального исследования, показывает глубокое знание и понимание изученного материала

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

По видам заданий приводится описание того, каким образом необходимо выполнить данное задание, способы и механизмы его выполнения, выбор номера варианта и др. Примеры методических материалов, определяющих процедуру оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций:

- Кейсовые технологии как средство формирования компетенций
- Методические указания по разработке оценочных средств
- Разработка и применение деловых игр
- Иные методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения в ходе реализации рабочей программы дисциплины

Задания в форме устного опроса:

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения проследивать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме практических заданий:

Практическое задание представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических заданий является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера. По результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме устного опроса

Семестр 5

Тема 1. Задачи линейного программирования

- 1) Цель и задачи курса.
- 2) Постановка и классификация задач линейного программирования.
- 3) Начальное опорное решение.
- 4) Свойства решения ЗЛП и области допустимых решений.
- 5) Алгоритм симплекс-метода для решения ЗЛП.

Тема 2. Теория двойственности.

- 1) Экономическая интерпретация двойственной задачи на примере задачи об использовании ресурсов при производстве продукции.
- 2) Алгоритм составления задачи, двойственной по отношению к исходной.
- 3) Основное неравенство теории двойственности.
- 4) Первая и вторая теоремы двойственности.

Тема 3. Транспортная задача.

- 1) Постановка транспортной задачи (ТЗ).
- 2) Условие существования решения ТЗ.
- 3) Опорное решение.
- 4) Структура матрицы ограничений ТЗ.
- 5) Теорема о ранге.
- 6) Критерии оптимальности базисного распределения поставок.
- 7) Циклы.

Тема 4. Выпуклое программирование.

- 1) Особенности задачи выпуклого программирования (ВП).
- 2) Выпуклые функции.
- 3) Безусловная оптимизация.
- 4) Условная оптимизация.
- 5) Функция Лагранжа и седловые точки.
- 6) Приближенное решение задач выпуклого программирования.
- 7) Теорема Куна-Таккера.

Тема 5. Численные методы оптимизации.

- 1) Методы поиска локального экстремума функций нескольких переменных.
- 2) Принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума.
- 3) Приближенные решения.
- 4) Скорость сходимости.
- 5) Метод квадратичной интерполяции.
- 6) Метод Ньютона.
- 7) Численные методы поиска условного экстремума.
- 8) Метод барьерных функций.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-7

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.

Задания в форме практических заданий

Семестр 5

Задачи линейного и выпуклого программирования.

Вариант №1

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Торговая организация планирует реализацию по двум товарным группам, по которым выделены фонды 800тыс.руб. и 500тыс.руб. Уровень транспортных издержек по этим товарам составляет 1% и 2% соответственно, уровень издержек, связанных с хранением товаров, – 2% и 1%, уровень прибыли – 3% и 2%. Предельно допустимые расходы, связанные с перевозкой и хранением товаров, равны 25 тыс.руб. и 29 тыс.руб. С учетом закупки товаров сверх выделенных фондов определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую организации максимальную прибыль.

2. Сформулировать условие, при котором точка X n -мерного пространства является выпуклой линейной комбинацией точек $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$.
3. Определить область допустимых решений двойственной задачи, если целевая функция исходной задачи не ограничена.
4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант №2

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Предприятие выпускает три вида изделий. Месячная программа выпуска составляет: 2000 изделий первого вида, 1800 изделий второго вида и 1500 изделий третьего вида. Для выпуска изделий используются материалы, месячный расход которых не может превысить 61000 кг. В расчете на одно изделие первого вида расходуется 8 кг материала, второго вида – 10 кг, третьего вида – 11 кг. Оптовая цена одного вида изделия первого вида 70 у. е., второго и третьего соответственно 100 и 90 у. е. Определить оптимальный план выпуска изделий, обеспечивающий предприятию максимум выручки.
2. Найти оценку числа базисных допустимых решений задачи линейного программирования с n переменными, содержащей m ограничений.
3. Определить ранг системы ограничений транспортной задачи, содержащей 5 поставщиков и 10 потребителей.
4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 5x_2 - x_4 = 10. \end{cases}$$

Вариант №3

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион составляется из двух видов продуктов (P_1 и P_2), в каждый из которых входят питательные вещества A, B, C . Минимальное суточное потребление питательного вещества A равно 100 ед., вещества B – 80 ед., вещества C – 160 ед. Цена 1 единицы продукта P_1 составляет 0.2 у. е., 1 ед. продукта P_2 – 0.3 у. е. Количество питательного вещества каждого вида в 1 ед. продукта приведено в таблице.

Питательные вещества	Содержание питательного вещества в единице продукта, ед.	
	P_1	P_2
А	0.1	0.5
В	0.25	0.1
С	0.2	0.4

- Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.
2. Сформулировать критерий оптимальности решения в задаче максимизации целевой функции.
 3. Определить условие, при котором оптимальное решение двойственной задачи является вырожденным.
 4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант №4

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит

70 у. е. и содержит 2 ед. жиров, 5 ед. белков, 2 ед. углеводов, 4 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 30 у. е. и содержит 4 ед. жиров, 3 ед. белков, 6 ед. углеводов, 3 ед. нитратов. Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий содержание жиров не менее 6 ед., белков не менее 10 ед., углеводов не менее 7 ед., нитратов не более 12 ед.

2. Определить условие, при котором общая задача линейного программирования имеет более одного оптимального решения.

3. Найти изменение оценки свободной клетки (i, j) в транспортной задаче, если к строке матрицы затрат добавляется положительный потенциал $(+1)$.

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ 6x_1 + 5x_3 - x_4 = 30. \end{cases}$$

Итерационные методы.

Задание № 1.

Вычислить и напечатать таблицу трёх функций y, z, w .

Аргумент x меняется от x_0 до x_k с шагом h . Функция y задана сходящимся рядом, сумму которого надо считать до тех пор, пока его очередной член не станет по модулю меньше заданного малого положительного ϵ .

Рассмотреть задачу при нескольких различных ϵ .

Таблицу представить в следующем виде:

x	y	z	w
—	—	—	—
—	—	—	—
...
—	—	—	—

Выровнять данные в таблице с помощью функций `cout.width()`, `cout.precision()`.

Варианты.

1.

$$y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

2.

$$y = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots;$$

$$z = e^{-x};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -1, \quad x_k = 1, \quad h = 0.2.$$

3.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \sin 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -\frac{\pi}{4}, \quad x_k = \frac{\pi}{4}, \quad h = \frac{\pi}{20}.$$

4.

$$y = 1 - \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} - \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \cos 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0, \quad x_k = \frac{\pi}{2}, \quad h = 0.05\pi.$$

5.

$$y = 2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

6.

$$y = 1 + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

7.

$$y = -\left(2x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^4 x^4}{4} + \dots\right);$$

$$z = \ln(1 - 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

8.

$$y = 2x - \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} - \frac{2^4 x^4}{4} + \dots;$$

$$z = \ln(1 + 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

9.

$$y = x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

10.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^5 x^5}{5} - \frac{2^7 x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

Задание № 2.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$.

Применить методы:

- 1) общего поиска;
- 2) деления пополам;
- 3) золотого сечения;

Подсчитать число итераций, число вычислений функции $f(x)$ и сравнить результаты.

Задание № 3.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$ (выбрать начальное приближение на отрезке $[a, b]$) следующими методами:

- 1) Ньютона-Рафсона;
- 2) Квазиньютоновским (с аппроксимацией производной).

Подсчитать число итераций и число вычислений функции $f(x), f'(x), f''(x)$; сравнить результаты.

-
1. $f(x) = x^2 - 2x + e^{-x}$, $[1; 1; 5]$
 2. $f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x$, $[0; \pi/4]$
 3. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}$, $[0; 1]$
 4. $f(x) = x^4 + 4x^2 - 32x + 1$, $[1; 5; 2]$
 5. $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x$, $[1; 1; 5]$
 6. $f(x) = x^3 - 3 \sin x$, $[0; 5; 1]$
 7. $f(x) = 5x^2 - 8x^{5/4} - 20x$, $[3; 3; 5]$
 8. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x$, $[1; 5; 2]$
 9. $f(x) = x \sin x + 2 \cos x$, $[-5; -4]$
 10. $f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x + 90$, $[1; 5; 2]$
 11. $f(x) = x^6 + 3x^2 + 6x - 1$, $[-1; 0]$
 12. $f(x) = 10x \ln x - \frac{x^2}{2}$, $[0; 5; 1]$
 13. $f(x) = x^2 + 2 \left(x \operatorname{tg} \frac{x}{e} - 2 \right)$, $[1; 5; 2]$
 14. $f(x) = \frac{2x}{\ln 2} - 2x^2$, $[3; 5; 4; 5]$
 15. $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^3 + 2x$, $[-1; 5; -1]$
-
16. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1$, $[-1; 0]$
 17. $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x$, $[-3; -2]$
 18. $f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1)$, $[0; 5; 1]$
 19. $f(x) = x^2 - 2x - 2 \cos x$, $[0; 5; 1]$
 20. $f(x) = (x+1)^4 - 2x^2$, $[-3; -2]$
 21. $f(x) = 3(5-x)^{4/3} + 2x^2$, $[1; 5; 2]$
 22. $f(x) = -x^3 + 3(1+x)[\ln(1+x) - 1]$, $[-0; 5; 0; 5]$
 23. $f(x) = 2 + x^2 + x^{2/3} - \ln(1+x^{2/3}) - 2x \operatorname{arctg} x^{1/3}$, $[0; 5; 1]$
 24. $f(x) = x - \ln x$, $[0; 1; 2]$
 25. $f(x) = x^2 - \sin x$, $[0; \pi/2]$
 26. $f(x) = x^4 + x^2 + x + 1$, $[-1; 2]$
-
27. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}$, $[0; 1]$
 28. $f(x) = e^x + \frac{1}{x}$, $[0; 1; 2]$
 29. $f(x) = (x-4)^2 + \ln x$, $[3; 5]$
 30. $f(x) = x^4 + e^{-x}$, $[0; 1]$

Задание № 4.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$

- 1) методом градиентного спуска;
- 2) методом Марквардта.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и ее производных.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_1 + 2x_2.$
2.	$f(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1} + 0.5x_1 - 0.5x_2.$
3.	$f(x) = x_1^4 + 2x_2^4 + x_1^2x_2^2 + 2x_1 + x_2.$
4.	$f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 + \cos(x_1 + x_2).$
5.	$f(x) = \sqrt{1 + 2x_1^2 + x_2^2} + e^{x_1^2+2x_2^2} - x_1 - x_2.$
6.	$f(x) = x_1 + 5x_2 + e^{x_1^2+x_2^2}.$
7.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + \sqrt{2 + x_1^2 + x_2^2} - 2x_1 + 3x_2.$
8.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right) + x_2.$
9.	$f(x) = \ln(1 + 3x_1^2 + 5x_2^2 + \cos(x_1 - x_2)).$
10.	$f(x) = x_1^2 + e^{x_1^2+x_2^2} + 4x_1 + 3x_2.$
11.	$f(x) = x_1 + 2x_2 + 4\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1}.$
12.	$f(x) = 2x_1 - 5x_2 + e^{x_1^2+0.5x_2^2}.$
13.	$f(x) = 2\sqrt{3 + x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2} - x_1 - x_3.$
14.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 2x_3 - x_2 + e^{x_2^2+x_3^2}.$
15.	$f(x) = 4\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2} + x_1 - 2x_2.$
16.	$f(x) = 2x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + x_3^4 + x_1^2x_3^2 + x_1 + x_2.$
17.	$f(x) = x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + \cos(x_1 - x_2 + x_3).$
18.	$f(x) = e^{x_1^2+x_2^2} + \ln(4 + x_2^2 + 2x_3^2).$
19.	$f(x) = x_1 + x_2 - 5x_3 + e^{x_1^2+2x_2^2+x_3^2}.$
20.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + \sqrt{5 + x_2^2 + 2x_3^2} + x_1 + x_3.$
21.	$f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2\sin\frac{x_1 + x_2 - x_3}{2}.$
22.	$f(x) = 2\sqrt{x_1^2 + 3x_2^2 + 3} + x_2^2x_3^2 - x_1 - x_2.$
23.	$f(x) = x_1 - x_2 + x_2^2 + x_3^2 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
24.	$f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + 3\sqrt{x_1^2 + x_3^2 + 1} + e^{x_1^2+x_2^2}.$
25.	$f(x) = \sqrt{x_2^2 + x_3^2 + 3} + x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2).$
26.	$f(x) = x_1 + 10x_2 - 3x_3 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
27.	$f(x) = e^{x_1^2} + (x_1 + x_2 + x_3)^2.$
28.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2\cos\frac{x_1 - x_2 + x_3}{2}.$
29.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin(x_1 + 2x_2).$
30.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_2 + 3x_3.$

Задание № 5.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$

- 1) методом штрафных функций или методом барьерных функций.
- 2) методом факторов.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и т.д.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = 10x_1 - x_2,$ $x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 3 \leq 0,$ $x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_2 - 4 \leq 0.$
2.	$f(x) = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 - 2x_2 \leq 0,$ $-x_1 + x_2 \leq 0.$
3.	$f(x) = x_1^2 + 9x_2^2 - 12x_1 - 36x_2,$ $-1 \leq x_1 \leq 4, \quad 1 \leq x_2 \leq 2.$
4.	$f(x) = 2x_1 + x_2,$ $(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 1.$
5.	$f(x) = 2\sqrt{1 + x_1^2 + 2x_2^2} + x_1 + x_2,$ $5 \leq x_1 \leq 8, \quad 1 \leq x_2 \leq 10.$
6.	$f(x) = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2,$ $x_1 + (x_2 - 4)^2 \leq 9.$
7.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3,$ $x_1 + x_2 - x_3 = 3.$
8.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 6x_2 - 2x_3,$ $2x_1 + x_3 = 2.$
9.	$f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_2 - 1)^4,$ $2x_1 + x_2 \leq 2.$
10.	$f(x) = x_1^2 - x_2,$ $2x_1 - 2x_2 \leq 1.$

11.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 13,$ $2x_1 + x_2 \leq 10.$
12.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2,$ $5x_1 + 13x_2 \leq 51,$ $15x_1 + 7x_2 \leq 107.$
13.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 4x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6.$
14.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 10x_2,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 72,$ $x_1 + 2x_2 \leq 10.$
15.	$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - 2x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6,$ $2x_1 + x_2 \leq 4.$
16.	$f(x) = x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 + x_3,$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $3x_1 + x_2 + x_3 \leq 2.$
17.	$f(x) = x_2^2 - x_1 - 2x_2,$ $2x_1^2 + 2x_2^2 \leq 6.$
18.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 3x_2,$ $x_1^2 + x_2^2 \leq 9.$
19.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_2,$ $-2x_1 + x_2^2 \leq 0,$ $x_1 - 2x_2 \leq 0.$
20.	$f(x) = x_1^2 - 6x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 + (x_2 + 4)^2 \leq 9.$

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1. Провести две итерации методом наискорейшего спуска в задаче нелинейного программирования без ограничений. Начиная из исходной точки $X_0 = (x_1^0, x_2^0) = (0, 1)$ и находя одномерные минимумы на каждой итерации аналитически, используя необходимое условие существования экстремума. Показать на графике направления спуска и последовательные приближения к точке минимума. Вычислить значение целевой функции в исходной точке и последующих приближениях.

1) $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 2x_2$ (min) ;

- 2) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 2x_2$ (min);
- 3) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 4x_2 + 20$ (min);
- 4) $f(x_1, x_2) = 10x_1 + 10x_2 - 5x_1^2$ (max);
- 5) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 5x_2 - x_1^2 - x_2^2$ (max);
- 6) $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 13$ (max);
- 7) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$ (max);
- 8) $f(x_1, x_2) = -6x_1 + 2x_1^2 + 2x_2^2$ (min);

Задание 2. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений.

Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + a)^2 + (x_2 + b)^2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2; \\ x_1; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Значения коэффициентов целевой функции и системы ограничений:

№ варианта \ Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-5	-6	-1	-2	-3	-1	-3	-2	-2	1
b	-4	-2	-1	-1	-4	-1	-1	-6	-2	-1
a_{11}	5	2	5	2	3	3	3	3	6	6
a_{12}	-4	5	-4	5	8	5	8	5	7	7
b_1	-20	20	-20	20	24	15	24	15	42	42
a_{21}	3	2	3	2	4	5	4	5	3	3
a_{22}	2	1	2	1	7	3	7	3	-2	-2
b_2	30	10	30	10	28	15	28	15	-6	-6

Задание 3. Двум предприятиям на пять лет выделены средства в количестве $a=2000$ ден. ед. Известно, что доход от x единиц на первом предприятии равен $f_1(x)=5x$, от y ден. единиц на втором предприятии – $f_2(y)=6y$ ден. единиц. К концу года остаток средств равен соответственно $q_1(x)=0,8x$, $q_2(y)=0,3y$. Как распределить средства между предприятиями, чтобы общий доход был наибольшим? Решить задачу методом динамического программирования.

Задание 4. Найти графически решение задачи выпуклого программирования. Составить функцию Лагранжа и найти ее седловую точку.

$$Z(x_1, x_2) = 2 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 4 - x_1^2; \\ x_1 + x_2 \geq 1; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 1. \end{cases}$$

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-7

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.

Вопросы к экзамену

Семестр 5

1. Различные формы задачи линейного программирования
2. Графический метод решения ЗЛП
1. Выпуклые множества и свойства ОДР ЗЛП
2. Опорное решение ЗЛП и его нахождение
3. Симплексный метод решения ЗЛП
4. Переход от одного опорного решения к другому и оценки разложений столбцов по базису.
5. Признак возможности улучшения решения и другие признаки.
6. Признак достижения оптимального решения и другие признаки.
7. Метод искусственного базиса.
8. Теория двойственности: виды задач.
9. Первая теорема двойственности.
10. Вторая теорема двойственности.
11. Транспортная задача: необходимое и достаточное условие существования решения.
12. Транспортная задача: ранг системы ограничений.
13. Транспортная задача: опорное решение и цикл.
14. Транспортная задача: методы построения начального опорного решения.
15. Транспортная задача: переход от одного опорного решения к другому.
16. Транспортная задача: метод потенциалов.
17. Целочисленное программирование: метод Гомори и метод ветвей и границ.
18. Безусловный экстремум для функций одной и многих переменных.
19. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа
20. Выпуклое программирование: выпуклая функция и её свойства.
21. Выпуклое программирование: теорема Куна-Таккера.
22. Вариации функции и функционала.
23. Постановка задачи вариационного исчисления.
24. Основная лемма вариационного исчисления, лемма Лагранжа.
25. Необходимое условие экстремума функционала, уравнение Эйлера.
26. Безусловная оптимизация: метод покоординатного спуска.
27. Безусловная оптимизация: градиентные методы.
28. Безусловная оптимизация: метод Ньютона.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-7

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.