

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ИНКЛЮЗИВНОГО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

**«МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГУМАНИТАРНО-
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Факультет прикладной математики и информатики
Кафедра математики

«Утверждаю»



Зав. кафедрой

Миронов Б.Г.

«27» августа 2018 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

МАТЕМАТИКА

образовательная программа направления подготовки
09.03.03 "Прикладная информатика"
Блок Б1.Б.05 «Дисциплины (модули)», базовая часть

Профиль подготовки
Прикладная информатика в менеджменте

Квалификация (степень) выпускника
Бакалавр

Форма обучения очная

Курс 1,2 семестр 1,2,3

Москва
2018

Составитель / составители: ст. преподаватель кафедры математики



Подпись

Труб Н.В. «24»августа 2018 г.

Ф.И.О.

Дата

Фонд оценочных средств рассмотрен и одобрен на заседании кафедры математики протокол № 1 от «27» августа 2018 г.

Зав. кафедрой



Подпись

Миронов Б.Г. «27»августа 2018 г.

Ф.И.О.

Дата

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Дополнения и изменения, внесенные в фонд оценочных средств, утверждены на заседании кафедры _____,

протокол № ____ от « ____ » _____ 20__ г.

Заведующий кафедрой _____ / Ф.И.О/

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....
2. Перечень оценочных средств.....
3. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах формирования компетенций
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.....
5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.....

1. Паспорт фонда оценочных средств

по дисциплине «Математика»

Таблица 1.

№ п/п	Контролируемые разделы (темы), дисциплины ¹	Коды компетенций	Оценочные средства - наименование	
			текущий контроль	промежуточная аттестация
<i>1 семестр</i>				
1	Раздел 1. Комплексные числа.	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных работ	<i>Вопросы к экзамену</i>
2.	Раздел 2. Матрицы и определители	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, диспут, решение самостоятельных работ	<i>Вопросы к экзамену</i>
3.	Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ, коллоквиум	<i>Вопросы к экзамену</i>
4.	Раздел 4. Элементы матричного анализа	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену</i>
5.	Раздел 5. Аналитическая геометрия	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену / Экзамен</i>
<i>2 семестр</i>				
6.	Раздел 6. Теория пределов	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену</i>
7.	Раздел 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных работ, коллоквиум	<i>Вопросы к экзамену</i>
8.	Раздел 8. Интегральное исчисление функции одной переменной	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену / Экзамен</i>
<i>3 семестр</i>				

¹ Наименование раздела (темы) берется из рабочей программы дисциплины.

9.	Раздел 9. Функции нескольких переменных.	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену</i>
10.	Раздел 10. Ряды	ОПК-3	Устный опрос, дискуссия, решение самостоятельных и контрольных работ	<i>Вопросы к экзамену / Экзамен</i>

Таблица 2.

Перечень компетенций:

Код компетенции	Содержание компетенции
ОПК-3	способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности

2. Перечень оценочных средств²

Таблица 3.

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Устный опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Решение аудиторных контрольных и самостоятельных работ	Различают задачи (задания): а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий), контрольная работа
3	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Дискуссия, диспут	Оценочные средства, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения.	Перечень тем для проведения дискуссии (диспута)
5	Экзамен		Вопросы к экзамену

² Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

3. Описание показателей и критериев оценивания результатов обучения на различных этапах формирования компетенций

При проведении текущего контроля успеваемости студентов по учебной дисциплине Б1.Б.05 «Математика» используются следующие критерии оценок:

3.1. Критерии оценки аудиторных контрольных и самостоятельных работ:

Все запланированные аудиторные контрольные, самостоятельные работы и тесты по дисциплине обязательны для выполнения.

Оценку «отлично» получают ответы, в которых делаются самостоятельные выводы, дается аргументированная критика и самостоятельный анализ фактического материала на основе глубоких знаний литературы по данной теме;

Оценка "хорошо" ставится студенту, проявившему полное и знание учебного материала, но нет должной степени самостоятельности;

Оценка "удовлетворительно" ставится студенту, проявившему знания основного учебного материала в объеме, необходимом для последующего обучения и предстоящей практической деятельности, но в основном обладающему необходимыми знаниями и умениями для их устранения при корректировке со стороны преподавателя.

Оценка "неудовлетворительно" ставится студенту, обнаружившему существенные пробелы в знании основного учебного материала, допустившему принципиальные ошибки при применении теоретических знаний, которые не позволяют ему продолжить обучение или приступить к практической деятельности без дополнительной подготовки по данной дисциплине.

Процент результативности	Оценка уровня подготовки	
	балл (отметка)	вербальный аналог
90 ÷ 100	5	отлично
80 ÷ 89	4	хорошо
70 ÷ 79	3	удовлетворительно
менее 70	2	неудовлетворительно

3.3. Критерии оценки устного опроса

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения терминологии.

Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос.

Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Описание критериев и шкалы оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Оценка
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, активно участвует в дискуссии, высказывает собственное мнение, представляет наглядный материал	Отлично
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, но неактивном участии в дискуссии	Хорошо
Выставляется обучающемуся, который частично подготовил ответ на предложенный вопрос, неактивно участвовал в дискуссии	Удовлетворительно
Выставляется обучающемуся в случае его неготовности к занятию	Неудовлетворительно

3.4. Критерии оценки коллоквиума

Коллоквиум используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения учебного материала.

Всем студентам выдается тематика для обсуждения.

Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Описание критериев и шкалы оценивания коллоквиума

Критерий оценивания	Оценка
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, активно участвует в дискуссии, высказывает собственное мнение, представляет наглядный материал	Отлично
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, но неактивном участии в дискуссии	Хорошо
Выставляется обучающемуся, который частично подготовил ответ на предложенный вопрос, неактивно участвовал в дискуссии	Удовлетворительно
Выставляется обучающемуся в случае его неготовности к занятию	Неудовлетворительно

3.5. Критерии оценки дискуссии (диспута)

Дискуссия (диспут) используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения учебного материала.

Всем студентам выдается тематика для обсуждения.

Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Описание критериев и шкалы оценивания дискуссии (диспута)

Критерий оценивания	Оценка
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, активно участвует в дискуссии, высказывает собственное мнение, представляет наглядный материал	Отлично
Выставляется обучающемуся, который подготовил ответ на предложенный вопрос, но неактивно участвует в дискуссии	Хорошо
Выставляется обучающемуся, который частично подготовил ответ на предложенный вопрос, неактивно участвовал в дискуссии	Удовлетворительно
Выставляется обучающемуся в случае его неготовности к занятию	Неудовлетворительно

3.6. Критерии оценки экзамена

Экзамен представляет собой форму итогового контроля знаний по дисциплине и проводится после изучения всех тем учебной дисциплины. Он проводится в устной форме по билетам.

В ходе ответа на вопросы билета обучающийся должен показать сформированность компетенции (или компетенций) по дисциплине. Результаты ответа на вопросы билета определяются оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Структура билета состоит из трех вопросов: два теоретических вопроса и одна задача.

На подготовку ответа отводится 30 минут.

Описание критериев и шкалы оценивания экзамена

Показатели	Максимальная оценка в баллах
1-й вопрос	30
2-й вопрос	30
Задача	40

0-50 баллов	51-70	71-85	86-100
Неудовлетворительно	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично

Для оценки уровня освоения дисциплин, профессиональных модулей (их составляющих) устанавливаются следующее соответствие:

«отлично» - высокий уровень освоения;

«хорошо», «удовлетворительно» - достаточный уровень освоения;

«неудовлетворительно» - низкий уровень освоения.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Показатели достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
		Знает	
ОПК-3	Недостаточный уровень Оценка «незачтено», «неудовлетворительно»	ОПК-3 З-1 Знать: основные законы естественнонаучных дисциплин, современные информационно-коммуникационные технологии.	Не знает основные законы естественнонаучных дисциплин, современные информационно-коммуникационные технологии
	Базовый уровень Оценка, «зачтено», «удовлетворительно»		Слабо знает основные законы естественнонаучных дисциплин, современные информационно-коммуникационные технологии
	Средний уровень Оценка «зачтено», «хорошо»		Достаточно полно знает основные законы естественнонаучных дисциплин, современные информационно-коммуникационные технологии
	Высокий уровень Оценка «зачтено», «отлично»		Свободно ориентируется в основных законах естественнонаучных дисциплин, современных информационно-коммуникационных технологиях
		Умеет	
	Базовый уровень	ОПК-3 У-1 Уметь: применять основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности	Слабо способен применять основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
	Средний уровень		Умеет применять основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
	Высокий уровень		Умеет профессионально применять основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
	Владеет		

	Базовый уровень	ОПК-3 В-1 Владеть: информационно-коммуникационными технологиями и методами применения законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности	Недостаточно владеет информационно-коммуникационными технологиями и методами применения законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности
	Средний уровень		Хорошо владеет информационно-коммуникационными технологиями и методами применения законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности
	Высокий уровень		В совершенстве владеет информационно-коммуникационными технологиями и методами применения законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме аудиторных контрольных и самостоятельных работ

Контрольные и самостоятельные работы используются для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине для проверки умений по освоению методики использования программных средств для решения практических задач, по обоснованию принимаемых проектных решений, по осуществлению постановки и выполнению экспериментов по проверке их корректности и эффективности.

Задания в форме устного опроса:

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения терминологии. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия, института, категории.

Задания в форме коллоквиума

Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.

Задания в форме дискуссии (диспута)

Оценочные средства, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме устного опроса

Семестр 1

Раздел 1. Комплексные числа.

- 1) Что называется комплексным числом?
- 2) Как изобразить комплексное число на плоскости?
- 3) Запишите комплексное число в алгебраической форме.
- 4) Запишите комплексное число в тригонометрической форме.
- 5) Запишите комплексное число в показательной форме.
- 6) Как определяется сумма и разность комплексных чисел?
- 7) Как определяется произведение двух комплексных чисел?
- 8) Как определяется частное комплексных двух чисел?
- 9) Запишите формулу Муавра для возведения комплексных чисел в натуральную степень.
- 10) Запишите формулу для n различных значений корня n -ой степени из комплексного числа.

Раздел 2. Матрицы и определители.

- 1) Что называется матрицей?

- 2) Линейные операции над матрицами и их свойства.
- 3) Дайте определение произведения матриц и опишите свойства произведения.
- 4) Какие элементарные преобразования матриц вы знаете?
- 5) Раскройте понятие определителя второго, третьего и n-го порядка.
- 6) Перечислите все свойства определителей.
- 7) Что называется базисным минором?
- 8) Что такое ранг матрицы?
- 9) Дайте определение обратной матрицы.
- 10) Что такое матричное уравнение и в каком виде искать его решение?

Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

- 1) Что называется СЛАУ и её решением?
- 2) При каком условии СЛАУ совместна (Теорема Кронекера-Капелли)?
- 3) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью обратной матрицы?
- 4) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью формул Крамера?
- 5) Что такое однородные и неоднородные СЛАУ?
- 6) Дать понятие фундаментальной системе решений СЛАУ.
- 7) В чем заключается метод Гаусса для решения СЛАУ?
- 8) При каком условии СЛАУ имеет множество решений?
- 9) Что такое общее решение СЛАУ?
- 10) Что такое частное решение СЛАУ?

Раздел 4. Элементы матричного анализа.

- 1) Что называется свободным вектором?
- 2) Линейные операции над векторами и их свойства.
- 3) Что такое разложение вектора по ортам?
- 4) Дать понятие скалярного произведения векторов и описать его свойства.
- 5) Дать понятие векторного произведения векторов и описать его свойства.
- 6) Дать понятие смешанного произведения векторов и описать его свойства.
- 7) Каково условие перпендикулярности двух векторов?
- 8) Каково условие коллинеарности двух векторов?
- 9) Каково условие компланарности трех векторов?
- 10) Как с помощью смешанного произведения векторов найти объем параллелепипеда и треугольной пирамиды, построенных на этих векторах?

Раздел 5. Аналитическая геометрия.

- 1) Что такое прямоугольная система координат?
- 2) Чему равно расстояние между двумя точками на плоскости?
- 3) Как найти координаты точки, делящей в заданном отношении λ отрезок АВ, если известны координаты его концов?
- 4) Что такое полярная система координат?
- 5) Дайте определение уравнения линии.
- 6) Запишите уравнение окружности с центром в данной точке и радиусом R.
- 7) Запишите различные виды уравнений прямой на плоскости.
- 8) Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
- 9) Запишите различные виды уравнений плоскости в пространстве.
- 10) Чему равен угол между двумя плоскостями, заданными своими общими уравнениями?
- 11) Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей?
- 12) Чему равно расстояние от данной точки до данной плоскости?
- 13) Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве.

- 14) Чему равен угол между двумя прямыми в пространстве?
- 15) Запишите условия параллельности, перпендикулярности и компланарности двух прямых в пространстве.
- 16) Чему равна величина угла между прямой и плоскостью?
- 17) Запишите условия параллельности, перпендикулярности прямой и плоскости.
- 18) Запишите условие, при котором прямая лежит в плоскости.

Семестр 2

Раздел 6. Математический анализ. Предел и непрерывность функции.

- 1) Дайте определение числовой последовательности.
- 2) Назовите виды числовых последовательностей.
- 3) Дайте определение предела числовой последовательности.
- 4) Дайте определение предела функции в точке и в бесконечности.
- 5) Перечислите свойства пределов.
- 6) Дайте определение бесконечно малой и бесконечно большой функции.
- 7) Сформулируйте связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
- 8) Дайте определение непрерывной функции в точке.
- 9) Сформулируйте классификацию точек разрыва.
- 10) Запишите первый и второй замечательные пределы.

Раздел 7. Математический анализ. Дифференциальное исчисление.

- 1) Дайте определение производной функции.
- 2) Сформулируйте геометрический и механический смысл производной.
- 3) Перечислите основные правила дифференцирования.
- 4) Запишите таблицу производных от основных элементарных функций.
- 5) Что такое дифференциал функции?
- 6) Сформулируйте геометрический смысл и свойства дифференциала.
- 7) Сформулируйте теорему о среднем, правило Лопиталья и формулу Тейлора.
- 8) Сформулируйте необходимое условие и все различные достаточные условия экстремума функции в точке.
- 9) Как определяется выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции?
- 10) Запишите различные виды асимптот.

Раздел 8. Математический анализ. Интегральное исчисление.

- 1) Что называется первообразной и неопределенным интегралом?
- 2) Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
- 3) Запишите таблицу простейших интегралов.
- 4) В чем заключается метод подстановки при интегрировании?
- 5) В чем заключается метод интегрирования по частям?
- 6) Как можно разложить рациональную дробь на сумму простейших дробей?
- 7) Дайте определение определенного интеграла.
- 8) Сформулируйте свойства определенного интеграла и формулу Ньютона-Лейбница.
- 9) Что такое несобственные интегралы 1 и 2 рода?
- 10) Какие приложения определенного интеграла вы знаете?

Семестр 3

Раздел 9. Функции нескольких переменных.

1. Дайте определение функции двух переменных. Что является графиком такой функции?
2. Дайте понятие предела функции двух переменных в точке. Перечислите свойства пределов.
3. Дайте определение непрерывной функции двух переменных в точке.
4. Перечислите свойства непрерывных функций двух переменных.
5. Дайте определение частных производных.
6. Дайте определение дифференциала функции двух переменных.
7. Запишите формулы для дифференцирования сложных и неявных функций двух переменных.
8. Дайте определение частных производных и дифференциалов высших порядков.
9. Сформулируйте необходимые условия экстремума.
10. Сформулируйте достаточные условия экстремума.

Раздел 10. Ряды.

- 1) Дайте определение числового ряда. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда.
- 2) Перечислите достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов.
- 3) Сформулируйте признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
- 4) Дайте понятие абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Перечислите свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 5) Что такое функциональный ряд?
- 6) Как определяется область сходимости ряда?
- 7) Что такое степенной ряд?
- 8) Сформулируйте теорему Абеля для степенных рядов.
- 9) Как определяется интервал и радиус сходимости степенного ряда? Что такое ряд Тейлора?

Контролируемые компетенции: ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Задания в форме коллоквиума

Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

- 1) Что называется СЛАУ и её решением?
- 2) При каком условии СЛАУ совместна (Теорема Кронекера-Капелли)?
- 3) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью обратной матрицы?
- 4) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью формул Крамера?
- 5) Что такое однородные и неоднородные СЛАУ?
- 6) Дать понятие фундаментальной системе решений СЛАУ.
- 7) В чем заключается метод Гаусса для решения СЛАУ?
- 8) При каком условии СЛАУ имеет множество решений?
- 9) Что такое общее решение СЛАУ?
- 10) Что такое частное решение СЛАУ?

Раздел 7. Математический анализ. Дифференциальное исчисление.

- 1) Дайте определение производной функции.
- 2) Сформулируйте геометрический и механический смысл производной.

- 3) Перечислите основные правила дифференцирования.
- 4) Запишите таблицу производных от основных элементарных функций.
- 5) Что такое дифференциал функции?
- 6) Сформулируйте геометрический смысл и свойства дифференциала.
- 7) Сформулируйте теорему о среднем, правило Лопиталья и формулу Тейлора.
- 8) Сформулируйте необходимое условие и все различные достаточные условия экстремума функции в точке.
- 9) Как определяется выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции?
- 10) Запишите различные виды асимптот.

Контролируемые компетенции: ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Задания в форме дискуссии (диспута)

1 семестр:

Раздел 1. Комплексные числа.

Тема № 1.1. Понятие и представления комплексных чисел.

Тема № 1.2. Действия над комплексными числами.

Раздел 2. Матрицы и определители.

Тема № 2.1. Матрицы.

Тема № 2.2. Определитель квадратной матрицы.

Тема № 2.3. Ранг матрицы.

Тема № 2.4. Обратная матрица.

Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений.

Тема № 3.1. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.

Тема № 3.2. Теорема Кронекера-Капелли.

Тема № 3.3. Методы решения СЛАУ.

Раздел 4. Элементы матричного анализа.

Тема № 4.1. Векторы.

Тема № 4.2. Скалярное произведение векторов.

Тема № 4.3. Векторное и смешанное произведение векторов.

Тема № 4.4. Векторное пространство.

Тема № 4.5. Переход к новому базису.

Тема № 4.6. Евклидово пространство.

Тема № 4.7. Линейные операторы.

Тема № 4.8. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

Раздел 5. Аналитическая геометрия.

Тема № 5.1. Простейшие задачи на плоскости.

Тема № 5.2. Прямая на плоскости.

Тема № 5.3. Плоскость в пространстве.

Тема № 5.4. Прямая в пространстве.

Тема № 5.5. Прямая и плоскость в пространстве.

2 семестр:

Раздел 6. Теория пределов.

Тема № 6.1. Предел функции и его свойства.

Тема № 6.2. Непрерывность функции.

Раздел 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Тема № 7.1. Производная и ее свойства.

Тема № 7.2. Производные основных элементарных функций.

Тема № 7.3. Производная сложной функции.

Тема № 7.4. Дифференциалфункции.
 Тема № 7.5. Свойства дифференцируемых функций.
 Тема № 7.6. Формула Тейлора.
 Тема № 7.7. Критерий монотонности функции.
 Тема № 7.8. Экстремум функции.
 Тема № 7.9. Выпуклость и вогнутость функции.
 Тема № 7.10. Исследование функции и её график.
 Раздел 8. Интегральное исчисление функции одной переменной.
 Тема № 8.1. Неопределенный интеграл.
 Тема № 8.2. Интегралы основных элементарных функций.
 Тема № 8.3. Определенный интеграл.
 Тема № 8.4. Замена переменной в интеграле.
 Тема № 8.5. Интегрирование по частям.
 Тема № 8.6. Интегрирование рациональных функций.
 Тема № 8.7. Интегрирование иррациональных функций.
 Тема № 8.8. Интегрирование тригонометрических функций.
 Тема № 8.9. Несобственные интегралы.
 Тема № 8.10. Приложения определенного интеграла

3 семестр:

Раздел 9. Функции нескольких переменных.
 Тема № 9.1. Функции двух переменных.
 Тема № 9.2. Предел и непрерывность функции двух переменных.
 Тема № 9.3. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных.
 Тема № 9.4. Производные и дифференциал сложной функции.
 Тема № 9.5. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
 Тема № 9.6. Экстремум функции двух переменных.
 Раздел 10. Ряды.
 Тема № 10.1. Числовые ряды.
 Тема № 10.2. Знакопеременные ряды.
 Тема № 10.3. Абсолютная и условная сходимость
 Тема № 10.4. Степенные ряды.
 Тема № 10.5. Ряды Тейлора и Маклорена.
 Тема № 10.6. Приложения рядов.

Контролируемые компетенции: ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Задания в форме аудиторных контрольных и самостоятельных работ Первый семестр

Тема 1. Матрицы и определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Вариант 1

1. Найдите матрицу $S=(2A+C)*M$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -4 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 13 \\ -4 & -5 & 3 \\ 8 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -11 \\ 4x - 2y + 3z = -14 \\ 6x - y - 5z = 23 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 4 \\ 2x - 4y + 5z = 7 \\ 4x + 2y + z = 15 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найдите матрицу $S=D*(C-2A)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 15 & 1 & 10 \\ 3 & 6 & -1 \\ 14 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = -14 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x+4y-2z=9 \\ x+3y+2z=2 \\ x-2y-6z=5 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найдите матрицу $S=(A+2C)*K$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 3 & 4 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 14 & 16 & 3 \\ -11 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x-y+3z=-4 \\ 2x+2y+3z=-11 \\ 3x+5y+z=-10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 2x-6y-3z=-2 \\ 3x-2y-z=2 \\ 4x+2y+z=6 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Найдите матрицу $S=C*(A-3M)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 4 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 3 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & -5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -1 \\ 2x + y - 5z = -19 \\ 4x - 3y - 3z = 7 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 1 \\ 2x + y - 5z = 8 \\ 4x + 3y + 13z = -6 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найдите матрицу $S = (B + 3C) * D$, если

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA = B$

$$X \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 3 & 14 & -2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 8 \\ 2x - 5y + 2z = -5 \\ 6x + y - z = 19 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ x + 10y + 5z = 16 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Найдите матрицу $S = 2(D - C) * B$, если

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -6 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA=B$

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -4 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 6 & -2 & -4 \\ -6 & 10 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = 9 \\ 3x + 2y - z = 12 \\ 2x - 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 0 \\ 2x + y - 5z = 0 \\ 4x + 3y + 13z = 0 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Найдите матрицу $S=C*(2A-B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 0 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA=B$

$$X \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 20 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \\ -2 & 29 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 0 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 4x - 3y - 3z = -20 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найдите матрицу $S = (2B - C) * A$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & -2 \\ 3 & 6 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX = B$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 7 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ 4x - 2y + 3z = 4 \\ 6x - y - 2z = 25 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ x - 2y - 6z = 0 \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найдите матрицу $S = M * (2A + C)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & -5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & -5 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA = B$

$$X \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 10 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = 12 \\ 2x + 2y + 3z = 2 \\ 3x + 5y + z = -10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ x + 10y + 5z = 16 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Найдите матрицу $S = B \cdot (A + 3C)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 7 & -5 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA = B$

$$X \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 14 \\ 8 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = -13 \\ 2x - 5y + 2z = -9 \\ 6x + y - z = 17 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 2x - 4y + 5z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Тема 2. Элементы матричного анализа. Аналитическая геометрия.

Вариант 1

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; 1; -1\}$, $\bar{b} = \{2; 3; -1\}$, $\bar{c} = \{-3; 2; 3\}$, $\bar{x} = \{0; 6; 1\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD

и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC

A(1,1,1); B(2,2,2); C(2,3,4); D(2,4,7)

Вариант 2

1. Даны векторы $\bar{a} = \{3; -3; 1\}$, $\bar{b} = \{1; 1; 2\}$, $\bar{c} = \{2; -1; 4\}$, $\bar{x} = \{6; -3; 7\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD

и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC

A(1,2,3); B(2,3,1); C(2,4,6); D(4,7,6)

Вариант 3

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1, -1, 2\}$ и $\bar{b} = \{2, -2, 1\}$. Найти проекцию $\bar{c} = 3\bar{a} + \bar{b}$ на направление вектора \bar{b} .

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD

и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC

A(0,0,0); B(-1,4,7); C(0,2,8); D(1,-2,-1)

Вариант 4

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; -1; -2\}$, $\bar{b} = \{2; 1; 3\}$, $\bar{c} = \{3; 1; -1\}$, $\bar{x} = \{6; 1; 0\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- площадь основания ABC
 - уравнение высоты тетраэдра DK
 - уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - расстояние от точки C до грани ABD
 - уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - длину ребра BD
 - объем тетраэдра ABCD
 - величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(0,1,-1)$; $B(1,2,-2)$; $C(1,0,0)$; $D(-1,2,0)$

Вариант 5

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; 1; -3\}$, $\bar{b} = \{3; 3; -2\}$, $\bar{c} = \{-2; -4; 1\}$, $\bar{x} = \{2; 0; -4\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- площадь основания ABC
 - уравнение высоты тетраэдра DK
 - уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - расстояние от точки C до грани ABD
 - уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - длину ребра BD
 - объем тетраэдра ABCD
 - величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(7,2,4)$; $B(7,-1,-2)$; $C(3,3,1)$; $D(-4,2,1)$

Вариант 6

1. При каких значениях α и β векторы $\bar{a} = -2\bar{i} + 3\bar{j} + \alpha\bar{k}$ и $\bar{b} = \beta\bar{i} - 6\bar{j} + 2\bar{k}$ коллинеарны?

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- площадь основания ABC
 - уравнение высоты тетраэдра DK
 - уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - расстояние от точки C до грани ABD
 - уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - длину ребра BD
 - объем тетраэдра ABCD
 - величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(0,0,0)$; $B(1,1,1)$; $C(1,2,3)$; $D(1,3,6)$

Вариант 7

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; -1; 4\}$, $\bar{b} = \{2; -2; 3\}$, $\bar{c} = \{1; 4; -2\}$, $\bar{x} = \{4; 1; 5\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD

и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC

A(0,0,0); B(1,2,3); C(1,1,-2); D(3,5,3)

Вариант 8

1. Даны векторы $\bar{a} = \{1; -2; 2\}$, $\bar{b} = \{3; 1; -1\}$, $\bar{c} = \{4; -1; 2\}$, $\bar{x} = \{8; -2; 3\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD

и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC

A(0,1,2); B(1,2,3); C(1,3,5); D(1,4,8)

Вариант 9

1. Даны векторы $\bar{a} = \{3; -1; 2\}$, $\bar{b} = \{4; 3; 1\}$, $\bar{c} = \{-2; 2; 0\}$, $\bar{x} = \{5; 4; 3\}$. Доказать, что векторы \bar{a} , \bar{b} , \bar{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \bar{x} в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

б) уравнение высоты тетраэдра DK

в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK

г) расстояние от точки C до грани ABD

д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC

е) длину ребра BD

ж) объем тетраэдра ABCD

- з) величину плоского угла при вершине С плоскости BCD
 и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
 A(1,1,-1); B(2,3,2); C(2,2,-3); D(4,6,2)

Вариант 10

1. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -1; 2\}$, $\vec{c} = \{2; 2; -1\}$, $\vec{x} = \{3; 3; 2\}$. Доказать, что векторы \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора \vec{x} в этом базисе.
2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 а) площадь основания ABC
 б) уравнение высоты тетраэдра DK
 в) уравнение прямой, проходящей через точку С параллельно высоте DK
 г) расстояние от точки С до грани ABD
 д) уравнение плоскости, проходящей через точки В и С перпендикулярно плоскости ABC
 е) длину ребра BD
 ж) объем тетраэдра ABCD
 з) величину плоского угла при вершине С плоскости BCD
 и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
 A(1,-1,0); B(0,3,7); C(1,1,8); D(2,-3,-1)

Второй семестр

Тема 1. Предел и непрерывность функции.

Вариант 1

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2+2x}{3x^2+1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-7x+12}{x^3-2x^2-9x+4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-3}-1}{x-2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \ln(1 + \sqrt{x^2 \operatorname{tg} x})$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ \operatorname{tg} x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{3}, & \text{если } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Вариант 2

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+1}{\sqrt[3]{x \sin \frac{\pi x}{4}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-8x+15}{x^3-27}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+3x^2-1}{2x^4+25}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2-12}-2}{\sqrt{x^2-7}-3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{\sin^2 x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x+2}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 2x$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x < 0 \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 3

- I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{4x+2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 - \sqrt{x^2-3}}{x^2-4}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 + 2x^3 + x - 4}{x^2 - 4x + 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2 \sin x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 2x - 3}{2x^3 - 4x^2 + 12}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1} \right)^{2x-1}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 3x$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x < 0 \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < \pi \\ -1, & \text{если } x > \pi \end{cases}$$

Вариант 4

- I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1 + \cos \frac{\pi}{x}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{3x}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2 + 4x - 1}{8x^2 + 2x + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 4x^2 - 5}{2x^4 + x^3 - 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{1 - \cos 8x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{\frac{x^2-1}{3x}}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \sqrt{x^2 + 1} - 1$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ x^2 + 3x - 1, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Вариант 5

- I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - \sin \frac{\pi x}{2}}{\cos \frac{\pi x}{3}}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2-8}-1}{\sqrt{x^2-5}-2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{2x-1}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos x$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Вариант 6

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{x + \sin x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^4 - x^3 - 40}{x^2 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{2x^3 + x^2 - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{1 - \sqrt{x-1}}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 4x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{3x+1}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \cos x - \cos^2 x$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 3, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

Вариант 7

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2+1} + \sin \pi x}{3 \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^2 + 2x - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{\sqrt[3]{26+x}-3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1+x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{2-x^2} \right)^{5x^2+1}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 8

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + 1}{\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{6} + x \right) + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x - 6}{5x^2 + 2x - 7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x^2 + 1} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x^2 - 25}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{x+4}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = x \sin \frac{x}{2}$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < 0 \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1 + x, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 9

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 - x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos 2x - 1)x}{\sin^3 x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2}\right)^{\frac{1}{2x}}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \ln(1 + \sqrt[3]{x^2})$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0 \\ \cos x^2, & \text{если } 0 \leq x < \pi \\ 3 - x, & \text{если } x \geq \pi \end{cases}$$

Вариант 10

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \frac{\pi x}{4}}{\operatorname{arctg}(\sqrt{3x})}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^3 - 3x + 10}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt[3]{x^3 + 2} + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sqrt{x^2 + 8} - 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}^2 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x^2 + 4}\right)^{\frac{x^3 + 1}{x}}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = x \sin 3x$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 2 \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi + 4}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тема 2. Дифференциальное исчисление.

Вариант 1

1. Найти производные функций:

а) $x^5 \cdot \ln x$

б) $\frac{x-1}{x+1} e^{-x}$

в) $\arctg \sqrt{x} - \sqrt{x}$

г) $(3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^{-3}$

д) $x \sin y - y \cos x = 0$

е) $\begin{cases} y = 2 \sin t \\ x = 3 \cos t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x}{4 + x^2}$$

Вариант 2

1. Найти производные функций:

а) $\frac{4\sqrt{x^7}}{\ln x}$

б) $\cos(x^3)$

в) $\arcsin x + \sqrt{1-x^2}$

г) $(2^{\arctg x} + \ln(1+x^2))^4$

д) $y \sin x + \cos(x-y) = \cos y$

е) $\begin{cases} y = e^t \\ x = \ln t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2$$

Вариант 3

1. Найти производные функций:

а) $\frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{e^x}}$

б) $\arcsin \frac{1}{x}$

в) $\operatorname{arctg} \frac{2x+1}{2x-1}$

г) $(3^{\cos 3x} + \sin^2 3x)^2$

д) $\sin x - \operatorname{arctg}(xy) = 0$

е) $\begin{cases} y = \ln t \\ x = \sin t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

Вариант 4

1. Найти производные функций:

а) $\sqrt[3]{(1-x)^2}$

б) $(e^{\sin x} - 1)^2$

в) $(4^{\operatorname{tg} x} + \sqrt{x})^3$

г) $\arcsin \sqrt{1-4x^2}$

д) $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$

е) $\begin{cases} y = \cos^2 t \\ x = 2 \sin t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 16}{x}$$

Вариант 5

1. Найти производные функций:

а) $\operatorname{tg} 3x$

б) $e^{-\cos 5x}$

в) $\ln \left(\arcsin \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

г) $(4^{\arcsin 2x} - \sqrt{1-4x^2})^3$

д) $(x+y)^2 - (x-2y)^3 = 0$

е) $\begin{cases} y = \arcsin t \\ x = \arccos t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$$

Вариант 6

1. Найти производные функций:

а) $2^{\frac{1-x}{1+x}}$

б) $\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x}}$

в) $\ln(\sin 6x)$

г) $(3^{\operatorname{arctg} 2x} - \ln(1+x^2))^4$

д) $\cos(xy) = \frac{y}{x}$

е) $\begin{cases} y = 1/t \\ x = e^t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

Вариант 7

1. Найти производные функций:

а) $\frac{\sin 3x}{3 \cos 5x}$

б) $e^{\operatorname{arctg} \sqrt{x-1}}$

в) $\operatorname{tg}(\ln \sqrt{x})$

г) $(2^{\operatorname{arcsin} x} + \arccos x)^4$

д) $\cos(x-y) - 2x + 2y = 0$

е) $\begin{cases} y = \sin t \\ x = \operatorname{tg} t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$$

Вариант 8

1. Найти производные функций:

а) $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{e^{5x}}}$

б) $\ln(\operatorname{ctg} 4x)$

в) $(5^{\operatorname{tg} 2x} - x^2)^3$

г) $\operatorname{arctg}^2 \sqrt{2x-1}$

д) $e^x - x^2 - e^y = 0$

е) $\begin{cases} x = t^2 + 1 \\ y = 2t^2 - 1 \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

Вариант 9

1. Найти производные функций:

$$a) \frac{3x-8}{\sqrt{x^2+3x-8}}$$

$$б) \frac{2tgx}{\cos x}$$

$$в) e^{\arcsin \sqrt{1-x}}$$

$$г) (2^{\cos^2 x} + \sin^2 x)^2$$

$$д) e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}$$

$$е) \begin{cases} y = e^t + e^{-t} \\ x = e^t - e^{-t} \end{cases}$$

2. Построить график функции

$$y = \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2$$

Вариант 10

1. Найти производные функций:

$$a) tg \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$$

$$б) x^2 e^{\frac{1}{x}}$$

$$в) x \cdot \arctg^3 x$$

$$г) (3^{ctg^2 x} + \ln x \sin x)^3$$

$$д) y \ln x - x \ln y = x + y$$

$$е) \begin{cases} y = 2 \cos t \\ x = 3 \cos t \end{cases}$$

2. Построить график функции

$$y = \frac{2}{x^2 + x + 1}$$

Тема 3. Интегральное исчисление.

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^8}}$$

$$2. \int \frac{x-1}{x^2+x+1} dx$$

$$3. \int x^2 \cos 3x dx$$

$$4. \int \frac{(e^x+1)e^x}{e^{2x}-4} dx$$

$$5. \int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int e^{3\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$$

$$2. \int \cos(\ln x) dx$$

$$3. \int \frac{x-2}{9x^2+4x+1} dx$$

$$4. \int \sin x \cdot \sin 5x dx$$

$$5. \int \frac{dx}{(\arcsin x)^3 \cdot \sqrt{1-x^2}}$$

Вариант 3

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$$

$$2. \int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^3}} dx$$

$$3. \int \frac{2x-1}{3x^2-3x+2} dx$$

$$4. \int \operatorname{ctg}^3 3x dx$$

$$5. \int \frac{2^{\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$$

Вариант 4

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x + 2}}$$

$$2. \int \frac{x+1}{2x^2-3x+2} dx$$

$$3. \int x \cdot \ln^2 x dx$$

$$4. \int \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$$

Вариант 5

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}}$

2. $\int \frac{x+3}{x^2+2x+4} dx$

3. $\int \sin(\ln x) dx$

4. $\int \operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} dx$

5. $\int \frac{\operatorname{tg}^4 x}{\cos^4 x} dx$

Вариант 6

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \frac{3x-1}{2x^2+2x+1} dx$

2. $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} dx$

3. $\int x^2 \sin 5x dx$

4. $\int \frac{dx}{2 \sin x + \cos x + 2}$

5. $\int \sin^7 x dx$

Вариант 7

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \frac{2^{3 \operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$

2. $\int \frac{3-x}{3-2x-x^2} dx$

3. $\int (x^2-1) \cdot e^{-x} dx$

4. $\int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$

5. $\int \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 2x} dx$

Вариант 8

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\ln^3 x + 3}{x \ln x} dx$$

$$2. \int \frac{3x + 2}{x^2 + 5x + 7} dx$$

$$3. \int e^{2x} \cos 4x dx$$

$$4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} + 2}{e^x + 4e^{\frac{x}{2}} + 1} dx$$

$$5. \int \sin^4 \frac{x}{2} dx$$

Вариант 9

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) \cdot \arcsin x}} dx$$

$$2. \int (x^2 + 1) \cdot 3^x dx$$

$$3. \int \frac{x+3}{x^2-2x+2} dx$$

$$4. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$5. \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

Вариант 10

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx$$

$$2. \int \frac{5x+4}{x^2-2x+5} dx$$

$$3. \int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$4. \int \sin^2 x \cdot \cos 2x dx$$

$$5. \int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

Третий семестр

Тема 1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Вариант 1

1. Найти полный дифференциал функции $z = \cos \frac{x-y^2}{x^2-y}$.
2. Для функции $z = u^{\sin v}$, где $u = \arccos \sqrt{xy}$, $v = \arcsin(x-y)$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\operatorname{arctg} \frac{7,02}{6,97}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$$

Вариант 2

1. Найти полный дифференциал функции $z = (5x^2y - y^3 + 7)^3$.
2. Для функции $z = 3^{u^2} \operatorname{arctg} v$, где $u = \frac{x}{y}$, $v = xy$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\operatorname{arctg} \frac{1,02}{0,95}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 6x^2 - 7xy + 2y^2 - 3y + 6x$$

Вариант 3

1. Найти полный дифференциал функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
2. Для функции $z = \ln(u^2 + v^2)$, где $u = x \cos y$, $v = y \sin x$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $1,04^{2,03}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 4x^2 - 5xy + 3y^2 - 8y - 9x$$

Вариант 4

1. Найти полный дифференциал функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.
2. Для функции $z = u^3 + v^3$, где $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(0,04)^2 + (3,01)^2}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 2x^3 - 36xy + 2y^3 + 10$$

Вариант 5

1. Найти полный дифференциал функции $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
2. Для функции $z = \cos uv$, где $u = xe^y$, $v = y \ln x$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 + xy + y^2 - 3y - 2x + 5\frac{2}{3}$$

Вариант 6

1. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^3} - \frac{1}{6x^2y}$.
2. Для функции $z = \sqrt{u^2 + v^2}$, где $u = x^y$, $v = x \ln y$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $1,07^{3,97}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию

$$z = -x^2 + xy - y^2 + 3y - 9x - 20$$

Вариант 7

1. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x^2 - 2xy}{y^2 + 2xy + 1}$.
2. Для функции $z = e^{u^2 + v^2}$, где $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{5e^{0,02} + 2,03^2}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию

$$z = x^2 - xy + y^2 + 5y - 2x$$

Тема 2. Ряды.

Вариант 1.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n^3 + n - 1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{2n-1} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

Вариант 2.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^2-2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\operatorname{arcsin} \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{5^n}$$

Вариант 3.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2 + 3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{2n+1} \right)^{3n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

Вариант 4.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{3n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^3 + 3n - 1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{5n+2} \right)^{3n-2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}$$

Вариант 5.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n-3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln \left(\frac{n^2 + 1}{n^2} \right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1} \right)^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$$

Вариант 6.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^6+n^4+3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{n+5}\right)^{3n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2 5^n}$$

Вариант 7.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{\sqrt{n^3+2n^2-n+9}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n!}$$

Вариант 8.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \arcsin \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n^2+2n-1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

Вариант 9.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^4-2n^2+3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

Вариант 10.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sin \frac{1}{n^2}\right)^2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{3}{n-2}\right)^{\frac{n}{3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}$$

Контролируемые компетенции: ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к экзамену (1 семестр)

1. Матрицы и линейные операции над ними. Свойства операций.
2. Матрицы и умножение матриц.
3. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
4. Определители n-го порядка. Свойства определителей.
5. Теорема Лапласа (о значении определителя).
6. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
1. Обратная матрица и ее свойства.
2. Матричные уравнения.
3. Расстояние между двумя точками.
4. Координаты точки делящей отрезок в данном отношении λ .
5. Прямоугольная система координат. Уравнение линии на плоскости.
6. Полярные координаты. Уравнение линии в полярных координатах.
7. Связь между прямоугольной и полярной системой координат.
8. Параметрические уравнения линии.
9. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
10. Общее уравнение прямой. Теорема об уравнении определяющем прямую на плоскости.
11. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой параллельной оси абсцисс (ординат).
12. Уравнение прямой в отрезках.
13. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
14. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
15. Метод Жордана-Гаусса для решения СЛАУ.
16. Ранг матрицы. Его свойства.
17. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).
18. Алгоритм решения произвольной СЛАУ.

19. Система линейных однородных уравнений (СЛОУ). Теорема о ненулевом решении СЛОУ.
 20. Фундаментальная система решений СЛОУ. Ее свойства.
 21. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
 22. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
 23. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
 24. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
 25. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
 26. Векторное произведение векторов. Его свойства.
 27. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
 28. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
 29. Линейная зависимость векторов на плоскости.
 30. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
 31. Размерность и базис линейного пространства.
 32. Переход к новому базису.
 33. Линейные операторы. Теорема о матрице линейного оператора.
 34. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
 35. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
 36. Общее уравнение прямой.
 37. Уравнение прямой в отрезках.
 38. Уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.
 39. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
 40. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
 41. Уравнение прямой в полярных координатах. Нормальное уравнение прямой.
- Нормирующий множитель.
42. Расстояние от точки до прямой.
 43. Уравнение прямой проходящей через две различные точки.
 44. Уравнение плоскости проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
 45. Общее уравнение плоскости.
 46. Неполные уравнения плоскости.
 47. Уравнение плоскости в отрезках.
 48. Расстояние от точки до плоскости.
 49. Угол между плоскостями. Условия перпендикулярности, параллельности и совпадения плоскостей.
 50. Общие уравнения прямой в пространстве.
 51. Канонические уравнения прямой в пространстве.
 52. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
 53. Угол между прямыми в пространстве. Условия перпендикулярности, параллельности и совпадения прямых.
 54. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
 55. Уравнение прямой проходящей через две различные данные точки.
 56. Уравнение плоскости проходящей через три различные данные точки.

Контролируемые компетенции: ОПК-3

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.

Вопросы к экзамену (2 семестр):

1. Предел числовой последовательности. Свойства пределов.
2. Число e . Второй замечательный предел.
3. Предел функции в точке и в бесконечности.
4. Бесконечно малые функции и их свойства.

5. Бесконечно большие величины. Связь бесконечно больших и бесконечно малых функций.
6. Основные теоремы о пределах.
7. Первый замечательный предел.
8. Сравнение бесконечно малых функций.
9. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
10. Классификация точек разрыва функции.
11. Свойство функций непрерывных на сегменте.
12. Механический и геометрический смысл производной.
13. Понятие производной. Свойство дифференцируемой функции.
14. Вывод общих правил дифференцирования (произведения, частного, сложной и обратной функций).
15. Производные элементарных функций. Таблица производных.
16. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
17. Дифференциал сложной функции, его инвариантность. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Пример.
18. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной.
19. Дифференциалы высших порядков.
20. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.
21. Теорема Ферма о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
22. Теорема Ролля о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
23. Теорема Лагранжа о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
24. Теорема Коши о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
25. Правило Лопиталья для раскрытия неопределенности при вычислении пределов.
26. Возрастание и убывание функции.
27. Свойство производной для дифференцируемой и неубывающей (невозрастающей) функции в интервале.
28. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
31. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
32. Первообразная и неопределенный интеграл функции, их свойства.
33. Таблица интегралов основных элементарных функций.
34. Определение определенного интеграла функции и его основные свойства (аддитивность по интегрируемой функции и по отрезку интегрирования, линейность, о среднем значении).
35. Формула Ньютона-Лейбница.
36. Замена переменной в неопределенном и в определенном интегралах.
37. Формула интегрирования по частям.
38. Интегрирование рациональных функций.
39. Интегрирование простейших иррациональных функций.
40. Интегрирование тригонометрических функций.
41. Основные методы вычисления определённого интеграла.
42. Несобственные интегралы.
43. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей областей, длин кривых и объёмов тел.

Контролируемые компетенции: ОПК-3

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.

Вопросы к экзамену (3 семестр)

1. Ряд геометрической прогрессии.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда.
3. Гармонический ряд.
4. Признаки сравнения сходимости знакопостоянных рядов.
5. Признак Даламбера сходимости знакопостоянных рядов.
6. Радикальный признак Коши сходимости знакопостоянных рядов.
7. Интегральный признак Коши сходимости знакопостоянных рядов.
8. Обобщенный гармонический ряд.
9. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница.
10. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
11. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
12. Функциональные ряды. Сходимость степенных рядов.
13. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
14. Ряды Тейлора и Маклорена.
15. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
16. Приближённое вычисление значений функций.
17. Приближённое вычисление определённых интегралов.
18. Функции нескольких переменных.
19. Предел и непрерывность функции.
20. Частные производные и полный дифференциал.
21. Частные производные.
22. Дифференциалы высших порядков.
23. Экстремумы функций двух переменных.

Контролируемые компетенции: ОПК-3

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с Таблицей 4.