

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Богдалова Елена Вячеславовна

Должность: Проректор по образовательной деятельности

Дата подписания: 08.09.2025 11:02:13

Уникальный программный ключ:

ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение инклюзивного высшего образования

**«Российский государственный
университет социальных технологий»**

(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.20 Математическая логика и формальные языки

наименование дисциплины

44.03.01 «Педагогическое образование»

шифр и наименование направления подготовки

Информатика

направленность (профиль)

Москва 2024

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....
2. Перечень оценочных средств.....
3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.....
5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.....
- ...

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Мат логика и формальные языки»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
Ук 1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач УК-1.1. Знает: методы критического анализа и оценки современных научных достижений; основные принципы критического анализа. УК-1.2. Умеет: получать новые знания на основе анализа, синтеза и других методов; собирать данные по сложным научным проблемам, относящимся к профессиональной области; осуществлять поиск информации и решений на основе экспериментальных действий. УК-2.3. Владеет практическими навыками поиска, анализа и синтеза информации.
Опк 8	Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний ОПК-8.1. Знает: историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательного процесса, роль и место образования в жизни человека и общества в области гуманитарных знаний; историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательного процесса, роль и место образования в жизни человека и общества в области естественно- научных знаний; историю, теорию, закономерности и принципы построения и функционирования образовательного процесса, роль и место образования в жизни человека и общества в области нравственного воспитания. ОПК-8.2. Умеет: использовать современные, в том числе интерактивные,

	формы и методы воспитательной работы в урочной и внеурочной деятельности, дополнительном образовании детей. ОПК-8.3. Владеет: методами, формами и средствами обучения, в том числе выходящими за рамки учебных занятий, для осуществления проектной деятельности обучающихся, проведения лабораторных экспериментов, экскурсионной работы, полевой практики и т.п.; действиями организации различных видов внеурочной деятельности: игровой, учебно-исследовательской, художественно-продуктивной, культурно-досуговой с учетом возможностей образовательной организации, места жительства и историко-культурного своеобразия региона.
--	--

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ¹

Таблица 2

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Устный опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Тест	Средство, позволяющее оценить уровень знаний обучающегося путем выбора им одного из нескольких вариантов ответов на поставленный вопрос. Возможно использование тестовых вопросов, предусматривающих ввод обучающимся короткого и однозначного ответа на поставленный вопрос.	Тестовые задания
3	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

¹ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

4	зачет		Вопросы к зачету
---	-------	--	------------------

Приведенный перечень оценочных средств при необходимости может быть дополнен.

3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине дискретная математика осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 3.

Таблица 3.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
УК-1		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «незачтено», «неудовлетворительно»	УК-1.1.	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины</i>
	Базовый уровень Оценка, «зачтено», «удовлетворительно»	УК-1.1	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении</i>

	Средний уровень Оценка «зачтено», «хорошо»	УК-1.1	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач</i>
	Высокий уровень Оценка «зачтено», «отлично»	УК-1.1	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	УК-1.2	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач</i>
	Средний уровень	УК-1.2	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач</i>
	Высокий уровень	УК-1.2	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	УК-1.3	<i>Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет пробелы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>

	Средний уровень	УК-1.3	<i>Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	УК-1.3	<i>Свободно владеет навыками теоретического и экспериментального исследования, показывает глубокое знание и понимание изученного материала</i>
ОПК-8		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «незачтено», «неудовлетворительно»	ОПК-8.1	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины</i>
	Базовый уровень Оценка, «зачтено», «удовлетворительно»	ОПК-8.1	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении</i>
	Средний уровень Оценка «зачтено», «хорошо»	ОПК-8.1	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач</i>
	Высокий уровень Оценка «зачтено», «отлично»	ОПК-8.1	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике</i>
		Умеет	

	Базовый уровень	ОПК-8.2	Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач
	Средний уровень	ОПК-8.2	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач
	Высокий уровень	ОПК-8.2	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки
		Владеет	
	Базовый уровень	ОПК-8.3	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет пробелы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.
	Средний уровень	ОПК-8.3	Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности, способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.
	Высокий уровень	ОПК-8.3	Свободно владеет навыками теоретического и экспериментального исследования, показывает глубокое знание и понимание изученного материала

**4. Методические материалы, определяющие процедуры
оценивания результатов обучения**

Устный опрос

Тест

Контрольная работа

зачет

5.Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме устного опроса Что такое алгоритмы.

- 1) Приведите реальные примеры задач, в которых возникает потребность в сортировке или вычислении выпуклой оболочки.
- 2) Какими ещё параметрами, кроме скорости, можно характеризовать алгоритм на практике?
- 3) Выберите одну из встречавшихся вам ранее структур данных и опишите её преимущества и ограничения.
- 4) Что общего между задачей об определении кратчайшего пути и задачей о коммивояжере? Чем они различаются?
- 5) Сформулируйте задачу, в которой необходимо только наилучшее решение. Сформулируйте также задачу, в которой может быть приемлемым решение, достаточно близкое к наилучшему.

Алгоритмы как технология.

- 1) Приведите пример приложения, для которого необходимо алгоритмическое наполнение на уровне приложений, и обсудите функции этих алгоритмов.
- 2) Предположим, на одной и той же машине проводится сравнительный анализ реализаций двух алгоритмов сортировки, работающих вставкой и слиянием. Для сортировки n элементов вставкой необходимо $8n^2$ шагов, а для сортировки слиянием – $64n \lg n$ шагов. При каком значении n время сортировки вставкой превысит время сортировки слиянием?
- 3) При каком минимальном значении n алгоритм, время работы которого определяется формулой $100n^2$, работает быстрее, чем алгоритм, время работы которого выражается как 2^n , если оба алгоритма выполняются на одной и той же машине?

Сортировка вставкой.

- 1) Используя рис.2.2 в качестве образца, проиллюстрируйте работу процедуры Insertion-Sort по сортировке массива $A = \langle 31, 41, 59, 26, 41, 58 \rangle$.

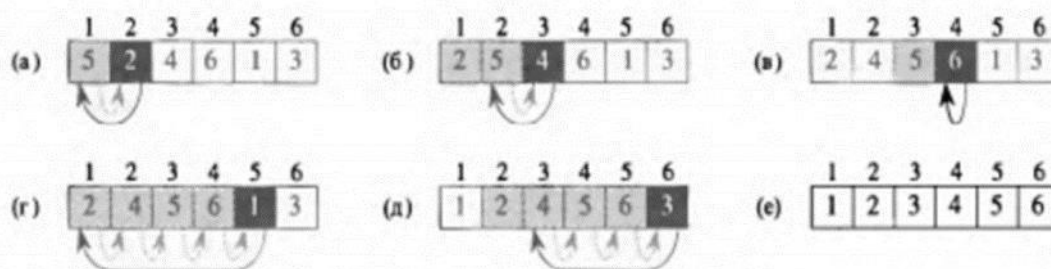


Рис. 2.2. Операции процедуры INSERTION-SORT над массивом $A = \langle 5, 2, 4, 6, 1, 3 \rangle$. Элементы массива обозначены квадратиками, над которыми находятся индексы, а внутри — значения соответствующих элементов. Части (а)–(д) этого рисунка соответствуют итерациям цикла `for` в строках 1–8 псевдокода. В каждой итерации черный квадратик содержит значение ключа из $A[j]$, которое сравнивается со значениями серых квадратиков, расположенных слева от него (строка псевдокода 5). Серыми стрелками указаны те значения массива, которые сдвигаются на одну позицию вправо (строка 6), а черной стрелкой — перемещение ключа (строка 8). В части (е) показано конечное состояние отсортированного массива.

2) Перепишите процедуру Insertion-Sort для сортировки в невозрастающем порядке вместо неубывающего.

3) Рассмотрим задачу поиска.

Вход. Последовательность из n чисел $A = \langle a_1, a_2, \dots, a_n \rangle$ и значение v . Выход. Индекс i , такой, что $v = A[i]$, или специальное значение NIL, если v в A отсутствует.

Составьте псевдокод линейного поиска, при работе которого выполняется сканирование последовательности в поисках значения v . Докажите корректность алгоритма с помощью инвариантности цикла. Убедитесь, что выбранный инвариант цикла удовлетворяет трем необходимым условиям.

4) Рассмотрим задачу сложения двух n -битовых двоичных целых чисел, хранящихся в n -элементных массивах A и B . Сумму этих двух чисел необходимо занести в двоичной форме в $(n+1)$ -элементный массив C . Приведите строгую формулировку задачи и составьте псевдокод для сложения этих двух чисел.

Анализ алгоритмов.

- 1) Выразите функцию $n^3/1000 - 100n^2 - 100n + 3$ Θ -обозначениях.
- 2) Рассмотрим сортировку элементов массива A , которая выполняется следующим образом. Сначала определяется наименьший элемент массива A , который становится на место элемента $A[1]$. Затем производится поиск второго наименьшего элемента массива A , который становится на место элемента $A[2]$.

Этот процесс продолжается для первых $n-1$ элементов массива A . Запишите псевдокод этого алгоритма, известного как сортировка выбором (selection sort). Какой инвариант цикла сохраняется для этого алгоритма? Почему его достаточно выполнить для первых $n-1$ элементов, а не для всех n элементов? Определите время работы алгоритма в наилучшем и наихудшем случаях и запишите его в Θ -обозначениях.

- 3) Вновь обратимся к алгоритму линейного поиска (см. сортировка вставкой 3). Для скольких элементов входной последовательности в среднем нужно произвести проверку, если предполагается, что все элементы массива с равной вероятностью могут иметь искомое значение? Что происходит в наихудшем случае? Чему равно время работы алгоритма линейного поиска в среднем и в наихудшем случаях в Θ -обозначениях?

Обоснуйте свой ответ.

- 4) Каким образом можно модифицировать почти каждый алгоритм, чтобы получить оптимальное время работы в наилучшем случае?

Разработка алгоритмов.

- 1) Используя в качестве образца рис 2.4, проиллюстрируйте работу алгоритма сортировки слиянием для массива $A = \langle 3, 41, 52, 26, 38, 57, 9, 49 \rangle$.



Рис. 2.4. Процесс сортировки слиянием массива $A = \langle 5, 2, 4, 7, 1, 3, 2, 6 \rangle$. Длины подлежащих слиянию отсортированных последовательностей возрастают в ходе работы алгоритма.

- 2) Перепишите процедуру Merge так, чтобы в ней не использовались сигнальные значения. Сигналом к остановке должен служить тот факт, что все элементы массива L или массива R скопированы обратно в массив A, после чего в этот массив копируются элементы, оставшиеся в непустом массиве.
- 3) Воспользуйтесь методом математической индукции для доказательства того, что, когда n является точной степенью 2, решением рекуррентного соотношения

$$T(n) = \begin{cases} 2, & \text{если } n = 2 \\ 2T(n/2) + n, & \text{если } n = 2^k, \quad k > 1 \end{cases}$$

является $T(n) = n \lg n$.

- 4) Сортировку вставкой можно представить в виде рекурсивной последовательности. Чтобы отсортировать массив $A[1 \dots n]$, сначала нужно рекурсивно отсортировать массив $A[1 \dots n - 1]$, после чего в этот отсортированный массив помещается элемент $A[n]$. Запишите рекуррентное уравнение для времени работы этой рекурсивной версии сортировки вставкой.
- 5) Возвращаясь к задаче поиска (см. сортировка вставкой 3), нетрудно заметить, что если последовательность A отсортирована, то можно сравнить значение среднего элемента этой последовательности с

искомым значением v и сразу исключить половину последовательности из дальнейшего рассмотрения. Бинарный поиск (binary search) – это алгоритм, в котором такая процедура повторяется неоднократно, что всякий раз приводит к уменьшению оставшейся части последовательности в два раза. Запишите псевдокод алгоритма бинарного поиска (либо итеративный, либо рекурсивный). Докажите, что время работы этого алгоритма в наихудшем случае составляет $\Theta(\lg n)$

- 6) Заметим, что в цикле while в строках 5-7 процедуры Insertion-Sort в разделе 2.1 для сканирования (в обратном порядке) отсортированного подмассива $A[1 \dots j - 1]$ используется линейный поиск. Можно ли использовать бинарный поиск (см. упр. 2.3.5) вместо линейного, чтобы время работы этого алгоритма в наихудшем случае улучшилось и стало равным $\Theta(n \lg n)$.
- 7) Разработайте алгоритм со временем работы $\Theta(n \lg n)$, который для заданного множества S из n целых чисел и другого целого числа x определяет, имеются ли во множестве S два элемента, сумма которых равна x .

Асимптотические обозначения.

- 1) Пусть $f(n)$ и $g(n)$ – асимптотически неотрицательные функции. Докажите с помощью базового определения Θ -обозначений, что $\max(f(n), g(n)) = \Theta(f(n) + g(n))$.
- 2) Покажите, что для любых действительных констант a и b , где $b > 0$, выполняется соотношение $(n + a)^b = \Theta(n^b)$.
- 3) Поясните, почему утверждение «время работы алгоритма A равно как минимум $O(n^2)$ » лишено смысла.
- 4) Справедливы ли соотношения $2^{n+1} = O(2^n)$ и $2^{2n} = O(2^n)$?
- 5) Докажите, что для любых двух функций $f(n)$ и $g(n)$ мы имеем $f(n) = \Theta(g(n))$ тогда и только тогда, когда $f(n) = O(g(n))$ и $f(n) = \Omega(g(n))$.
- 6) Докажите, что время работы алгоритма равно $\Theta(g(n))$ тогда и только тогда, когда его время работы в наихудшем случае равно $O(g(n))$, а в наилучшем – $\Omega(g(n))$.
- 7) Докажите, что множество $o(g(n)) \cap \omega(g(n))$ является пустым.

Стандартные обозначения и часто встречающиеся функции.

- 1) Покажите, что если функции $f(n)$ и $g(n)$ монотонно неубывающие, то таковыми же являются и функции $f(n) + g(n)$ и $f(g(n))$, а если вдобавок $f(n)$ и $g(n)$ неотрицательны, то монотонно неубывающей является и функция $f(n) \cdot g(n)$.
- 2) Докажите уравнение $a^{\log_{bc}} = c^{\log_{ba}}$.
- 3) Докажите уравнение $\lg(n!) = \Theta(n \lg n)$. Докажите также, что $n! = \omega(2^n)$ и $n! = o(n^n)$
- 4) Докажите, что из $k \ln k = \Theta(n)$ вытекает $k = \Theta(n \ln n)$

Контролируемые компетенции: ПК-10

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Контрольная работа

Задача 1

Ниже приведена таблица, строки которой соответствуют различным функциям $f(n)$, а столбцы – значениям времени t . Заполните таблицу максимальными значениями n , для которых задача может быть решена за время t , если предполагается, что время работы алгоритма, необходимое для решения задачи, равно $f(n)$ микросекунд.

	Секунда	Минута	Час	День	Месяц	Год	Век
$\log n$							
$\sqrt{n}$							
n							
$n \log n$							
n^2							
n^3							
$2n$							
$n!$							

Задача 2

Рассмотрите сортировку n элементов массива A , которая выполняется следующим образом. Сначала определяется наименьший элемент массива A , который ставится на место элемента $A[1]$. Затем производится поиск второго наименьшего элемента массива A , который ставится на место

элемента $A[2]$. Этот процесс продолжится для первых $n-1$ элементов массива A . Запишите псевдокод этого алгоритма, известного как *сортировка выбором (selection sort)*. Какой инвариант цикла сохраняется для этого алгоритма? Почему его достаточно выполнить для первых $n-1$ элементов, а не для всех n элементов? Определите время работы алгоритма в наилучшем и в наихудшем случаях и запишите его в Θ обозначениях.

Задача 3 Рассмотрите

сортировку n элементов массива A , которая называется *сортировка вставкой (insertion sort)*. Она напоминает способ к которому прибегают игроки для сортировки имеющихся на руках карт. Сначала в левой руке нет ни одной карты и все они лежат на столе рубашкой вверх. Далее со стола берется по одной карте, каждая из которых помещается в нужное место среди карт, которые находятся в левой руке. Чтобы определить, куда поместить очередную карту, ее масть и достоинство сравниваются с мастью и достоинством карт в руке. После каждого шага карты в левой руке будут отсортированы. Пусть сравнение проводится в направлении слева направо. Запишите псевдокод алгоритма сортировки вставкой. Какой инвариант цикла сохраняется для этого алгоритма? Определите время работы алгоритма в наилучшем и в наихудшем случаях и запишите его в Θ обозначениях.

Задача 4

Сортировка вставкой малых массивов в процессе сортировки слиянием

Несмотря на то, что с увеличением количества сортируемых элементов время сортировки методом слияний в наихудшем случае растет как $\Theta(n \lg n)$, а время сортировки вставкой – как $\Theta(n^2)$, благодаря постоянным множителям на практике для малых размеров задач на большинстве машин сортировка вставкой выполняется быстрее. Таким образом, есть смысл использовать сортировку вставок в процессе сортировке методом слияний, когда подзадачи становятся достаточно маленькими. Рассмотрите модификацию алгоритма сортировки слиянием, в котором n/k подмассивов длиной k сортируются вставкой, после чего они объединяются с помощью обычного механизма слияния. Величина k должна быть найдена в процессе решения задачи.

- a. Покажите, что сортировка вставкой позволяет отсортировать n/k подпоследовательностей длиной k каждая за время $\Theta(nk)$ в худшем случае.
- b. Покажите, как выполнить слияние этих подпоследовательностей за время $\Theta(n \lg(n/k))$ в наихудшем случае.
- c. Если такой модифицированный алгоритм выполняется за время $\Theta(nk + n \lg(n/k))$ в наихудшем случае, то чему равно наибольшее значение k как функции от n , для которого модифицированный алгоритм в Θ -обозначениях имеет то же время работы, что и стандартная сортировка слиянием?
- d. Как следует выбирать k на практике?

Задача 5

Корректность пузырьковой сортировки

Пузырьковая сортировка представляет собой популярный, но не эффективный алгоритм сортировки. В его основе лежит многократная перестановка соседних элементов, нарушающих порядок сортировки.

Bubblesort(A)

```

1           for i = 1 to A.length - 1
2           for j = A.length downto i + 1
3           If A[j] < A[j - 1]
4           Поменяем A[j] и A[j - 1] местами
```

- a. Пусть $\bar{A}$ обозначает выход процедуры Bubblesort(A). Для доказательства корректности процедуры Bubblesort необходимо доказать, что она завершается и что

$$\bar{A}[1] \leq \bar{A}[2] \leq \dots \leq \bar{A}[n]$$

где $n = A.length$. Что ещё необходимо доказать для того, чтобы показать, что процедура Bubblesort действительно выполняет сортировку?

В следующих двух частях доказываются неравенства (2.3).

- б. Точно сформулируйте инвариант цикла `for` в строках 2-4 и докажите, что он выполняется. Доказательство должно иметь ту же структуру доказательства инварианта цикла, которая ранее использовалась в аналогичных доказательствах в данной главе.
- с. С помощью условия завершения инварианта цикла, доказанного в части (б), сформулируйте инвариант цикла `for` в строках 1-4, который позволил бы доказать неравенства (2.3). Доказательство должно иметь ту же структуру доказательства инварианта цикла, которая использовалась ранее в аналогичных доказательствах в данной главе.
- д. Определите время пузырьковой сортировки в наихудшем случае и сравните его со временем сортировки вставкой.

Задача 6

Корректность правила Горнера

Следующий фрагмент кода реализует правило Горнера для вычисления полинома

$$P^{(x)} = \sum_{i=0}^n a_i x^i = a_0 + x(a_1 + x(a_2 + \dots + x(a_{n-1} + x a_n) \dots))$$

для заданных коэффициентов $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$ и значения x .

```

1      y = 0
2      for I = n downto 0
3      y = a_i + x * y
```

- а. Чему равно время работы этого фрагмента кода правила Горнера в Θ -обозначениях?
- б. Напишите псевдокод, реализующий алгоритм обычного вычисления полинома, когда каждое слагаемое полинома вычисляется отдельно. Определите асимптотическое время работы этого алгоритма и сравните его со временем работы алгоритма, основанного на правиле Горнера.
- с. Рассмотрим следующий инвариант цикла.

В начале каждой итерации цикла `for` в строках 2 и 3

$$y = \sum_{k=0}^{n-(i+1)} a_{k+i+1} x^k$$

Рассмотрим сумму без членов как равную нулю. Следую структуре доказательства инварианта цикла, которая

₌₀ использовалась ранее в данной главе, воспользуйтесь указанным инвариантом цикла, чтобы показать, что по завершении работы $y = \sum_{k=0}^n a_{k+1} x^k$.

d. Сделайте заключение, что в приведенном фрагменте кода правильно вычисляется значение полинома, который задается коэффициентами $a_0, a_1, a_2, \dots, a_n$.

Задача 7

Инверсии

Пусть $A[1 \dots n]$ представляет собой массив из n различных чисел. Если $i < j$ и $A[i] > A[j]$, то пара (i, j) называется инверсией A .

- Перечислите пять инверсий массива $\langle 2, 3, 8, 6, 1 \rangle$.
- Какой массив из элементов множества $\{1, 2, \dots, n\}$ содержит максимальное количество инверсий? Сколько инверсий в этом массиве?
- Какая существует взаимосвязь между временем сортировки методом вставок и количеством инверсий во входном массиве? Обоснуйте свой ответ.
- Разработайте алгоритм, определяющий количество инверсий, содержащихся в произвольной перестановке n элементов, время работы которого в наихудшем случае равно $\Theta(n \lg n)$. (Указание: модифицируйте алгоритм сортировки слиянием.)

Вопросы к зачету

- Аксиомы и правила вывода исчисления высказываний.
- Выводимость из гипотез.
- Корректность исчисления высказываний.
- Лемма о дедукции для исчисления высказываний.

5. Непротиворечивость множества формул.
 6. Теорема о полноте исчисления высказываний.
 7. Тавтологическая истинность, выполнимость и невыполнимость формул
 8. Стандартная модель арифметики.
 9. Кольцо целых чисел.
 10. Кольцо многочленов над полем Q .
 11. Кольцо вычетов по модулю n , кольцо матриц порядка n над R .
 12. Элементарная геометрия на плоскости.
 13. Упорядоченные множества и частично упорядоченные множества.
 14. Синтаксис логики первого порядка.
 15. Семантика логики первого порядка.
 16. Истинность в модели.
 17. Определимые предикаты и функции.
 18. Изоморфизм моделей.
 19. Доказательство невыразимости с помощью автоморфизма.
 20. Выполнимость, общезначимость, логическое следование.
 21. Эквивалентность формул.
 22. Правила подстановки и замены подформулы на эквивалентную.
 23. Предваренные формулы.
 24. Теории и их модели.
 25. Теории с равенством.
 26. Элементарная геометрия.
 27. Аксиомы и правила вывода исчисления предикатов.
 28. Выводимость в теории.
 29. Теорема о тавтологии.
 30. Теорема о дедукции.
 31. Непротиворечивость и корректность исчисления предикатов.
 32. Теорема Геделя о полноте.
 33. Теорема Мальцева о компактности.
 34. Нестандартные модели арифметики.
- 6.5. Вопросы к экзамену Не предусмотрено

[illegible]

--	--	--	--

