

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Богдалова Елена Вячеславовна
Должность: Проректор по образовательной деятельности
Дата подписания: 10.06.2026 10:48:48
Уникальный программный ключ:
ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение инклюзивного высшего образования
**«Российский государственный университет
социальных технологий»
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.08 Методы оптимизации и исследование операций
наименование дисциплины

09.03.03 «Прикладная информатика»
шифр и наименование направления подготовки

Прикладная информатика в экономике
направленность (профиль)

Содержание

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ
4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ
5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Методы оптимизации и исследование операций»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.
ОПК-6 Способен анализировать и разрабатывать организационнотехнические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	ОПК-6.1. Знает основы теории систем и системного анализа, дискретной математики, теории вероятностей и математической статистики, методов оптимизации и исследования операций, нечетких вычислений, математического и имитационного моделирования. ОПК-6.2. Умеет применять методы теории систем и системного анализа, математического, статистического и имитационного моделирования для автоматизации задач принятия решений в области профессиональной деятельности. ОПК-6.3. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий ¹ , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций ²	Контролируемые разделы и темы дисциплины ³	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции ⁴
ОПК-1		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-1. Студент не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины. Студент не умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Студент не владеет навыками теоретического и практического применения	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

¹ Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

² Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

³ Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

⁴ Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая)

игра, портфолио...

	методов аналитической			
--	-----------------------	--	--	--

	геометрии, линейной алгебры и математического анализа.			
Базовый уровень	ОПК-1.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет проблемы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания об основах математики.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

Средний уровень	ОПК-1.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы математики.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Высокий уровень	ОПК-1.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала дисциплины. Знает основы математики. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	<i>Умеет</i>			

Базовый уровень	ОПК-1.2. Студент испытывает затруднения в ходе решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
-----------------	--	--	---	---

		анализа.			
Средний уровень	ОПК-1.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.	
Высокий уровень	ОПК-1.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.	
	<i>Владеет</i>				

Базовый уровень	ОПК-1.3. Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Средний уровень	ОПК-1.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Задачи линейного программирования Теория двойственности. 2 3 4 Транспортная задача. Выпуклое программирование. 5 Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности. Студент владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Задачи линейного программирования Теория двойственности. 2 3 4 Транспортная задача. Выпуклое программирование. 5 Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

ОПК-6		Знает			
Недостаточный уровень	ОПК-6. Студент не способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.		Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Базовый уровень	ОПК-6.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет проблемы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания об основах математики.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.		Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Средний уровень	ОПК-6.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы математики.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.		Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

Высокий уровень	ОПК-6.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка	1. Задачи линейного программирования Теория двойственности. 2. Транспортная задача. 3. Выпуклое программирование. 4. Численные методы	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
-----------------	---	--	--	---

	дисциплины. Знает основы математики. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	и сдача промежуточной аттестации.	оптимизации.	
	<i>Умеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-6.2. Студент испытывает затруднения в ходе решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория двойственности. 2. Транспортная задача. 3. Выпуклое программирование. 4. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Средний уровень	ОПК-6.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной	1. Задачи линейного программирования Теория двойственности. 2. Транспортная задача. 3. Выпуклое программирование. 4. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

		аттестации.		
Высокий уровень	ОПК-6.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

	анализа.	аттестации.		
	<i>Владеет</i>			
Базовый уровень	ОПК-6.3. Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

Средний уровень	ОПК-6.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
Высокий уровень	ОПК-6.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности. Студент владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачи линейного программирования Теория 2. двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации. 	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ⁵

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

⁵ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом). Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме опроса:

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения проследивать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающиеся оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме опроса

Тема 1. Задачи линейного программирования

- 1) Цель и задачи курса.
- 2) Постановка и классификация задач линейного программирования.
- 3) Начальное опорное решение.
- 4) Свойства решения ЗЛП и области допустимых решений. 5) Алгоритм симплекс-метода для решения ЗЛП.

Тема 2. Теория двойственности.

- 1) Экономическая интерпретация двойственной задачи на примере задачи об использовании ресурсов при производстве продукции.
- 2) Алгоритм составления задачи, двойственной по отношению к исходной.
- 3) Основное неравенство теории двойственности. 4) Первая и вторая теоремы двойственности.

Тема 3. Транспортная задача.

- 1) Постановка транспортной задачи (ТЗ).
- 2) Условие существования решения ТЗ.
- 3) Опорное решение.
- 4) Структура матрицы ограничений ТЗ.
- 5) Теорема о ранге.
- 6) Критерии оптимальности базисного распределения поставок.
- 7) Циклы.

Тема 4. Выпуклое программирование.

- 1) Особенности задачи выпуклого программирования (ВП).
- 2) Выпуклые функции.
- 3) Безусловная оптимизация.
- 4) Условная оптимизация.
- 5) Функция Лагранжа и седловые точки.
- 6) Приближенное решение задач выпуклого программирования.
- 7) Теорема Куна-Таккера.

Тема 5. Численные методы оптимизации.

- 1) Методы поиска локального экстремума функций нескольких переменных.
- 2) Принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума.
- 3) Приближенные решения.
- 4) Скорость сходимости.
- 5) Метод квадратичной интерполяции.
- 6) Метод Ньютона.
- 7) Численные методы поиска условного экстремума.
- 8) Метод барьерных функций.

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ОПК-6.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы для промежуточного контроля.

1. Сформулируйте классическую задачу оптимизации с n переменными.
2. Какой вид имеет производственная функция в: (а) линейной; (б) нелинейной задаче оптимизации?
3. Что называют локальным экстремумом функции n переменных, заданной в некоторой области?
4. Что называют глобальным экстремумом функции n переменных в некоторой области D ?
5. Как построить линию уровня производственной функции?
6. Что называется поверхностью уровня данной функции?

7. Как определяются стационарные точки функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
8. Для чего используется знак второго дифференциала $d^2F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
9. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных $F(x_1, x_2)$.
10. Что называется условным экстремумом функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
11. Что называется оптимальным решением линейной задачи оптимизации?
12. Как построить область допустимых решений в линейной задаче оптимизации?
13. Как определяется функция Лагранжа; в каких задачах она используется?
14. Что называют выпуклым множеством в n -мерном пространстве?
15. Что называют выпуклой линейной комбинацией точек n -мерного пространства?
16. Как определяются выпуклые и вогнутые функции n переменных?
17. Какой критерий используется для определения выпуклости функции n переменных?
18. Какой геометрический смысл имеет условие выпуклости функции одной и двух переменных?
19. Сформулируйте задачу выпуклого программирования.
20. При каких условиях задача выпуклого программирования имеет единственное решение?

Задачи линейного и выпуклого программирования.

Вариант №1

1. Составить экономико-математическую модель задачи.
Торговая организация планирует реализацию по двум товарным группам, по которым выделены фонды 800тыс.руб. и 500тыс.руб. Уровень транспортных издержек по этим товарам составляет 1% и 2% соответственно, уровень издержек, связанных с хранением товаров, – 2% и 1%, уровень прибыли – 3% и 2%. Предельно допустимые расходы, связанные с перевозкой и хранением товаров, равны 25 тыс.руб. и 29 тыс.руб. С учетом закупки товаров сверх выделенных фондов определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую организации максимальную прибыль.
2. Сформулировать условие, при котором точка X n -мерного пространства является выпуклой линейной комбинацией точек $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$.
3. Определить область допустимых решений двойственной задачи, если целевая функция исходной задачи не ограничена.
4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений $\{3x_1 + x_2 - x_3 = 2,$

$$x_1 - 4x_2 + x_4 = 5.$$

Вариант №2

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Предприятие выпускает три вида изделий. Месячная программа выпуска составляет: 2000 изделий первого вида, 1800 изделий второго вида и 1500 изделий третьего вида. Для выпуска изделий используются материалы, месячный расход которых не может превысить 61000 кг. В расчете на одно изделие первого вида расходуется 8 кг материала, второго вида – 10 кг, третьего вида – 11 кг. Оптовая цена одного вида изделия первого вида 70 у. е., второго и третьего соответственно 100 и 90 у. е. Определить оптимальный план выпуска изделий, обеспечивающий предприятию максимум выручки.

2. Найти оценку числа базисных допустимых решений задачи линейного программирования с n переменными, содержащей m ограничений.

3. Определить ранг системы ограничений транспортной задачи, содержащей 5 поставщиков и 10 потребителей.

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений $\{-2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6,$

$$x_1 + 5x_2 - x_4 = 10.$$

Вариант №3

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион составляется из двух видов продуктов (P_1 и P_2), в каждый из которых входят питательные вещества A, B, C . Минимальное суточное потребление питательного вещества A равно 100 ед., вещества B – 80 ед., вещества C – 160 ед. Цена 1 единицы продукта P_1 составляет 0.2 у.

е., 1 ед. продукта P_2 – 0.3 у. е. Количество питательного вещества каждого вида в 1 ед. продукта приведено в таблице.

Питательные вещества	Содержание питательного вещества в продукте, ед.	
	P_1	P_2
A	0.1	0.5
B	0.25	0.1
C	0.2	0.4

Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.

2. Сформулировать критерий оптимальности решения в задаче максимизации целевой функции.

3. Определить условие, при котором оптимальное решение двойственной задачи является вырожденным.

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений $\{x_1 - x_2 + x_3 = 4,$

$$2x_1 + x_2 - x_4 = 1.$$

Вариант №4

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит 70 у. е. и содержит 2 ед. жиров, 5 ед. белков, 2 ед. углеводов, 4 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 30 у. е. и содержит 4 ед. жиров, 3 ед. белков, 6 ед. углеводов, 3 ед. нитратов. Составить наиболее дешёвый рацион питания, обеспечивающий содержание жиров не менее 6 ед., белков не менее 10 ед., углеводов не менее 7 ед., нитратов не более 12 ед.

2. Определить условие, при котором общая задача линейного программирования имеет более одного оптимального решения.

3. Найти изменение оценки свободной клетки (i, j) в транспортной задаче, если к строке матрицы затрат добавляется положительный потенциал $(+1)$.

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений $\{-4x_1 + x_2 + 2x_3 = 12,$

$$6x_1 + 5x_3 - x_4 = 30.$$

Итерационные методы.

Задание № 1.

Вычислить и напечатать таблицу трёх функций y, z, w .

Аргумент x меняется от x_0 до x_k с шагом h . Функция y задана сходящимся рядом, сумму которого надо считать до тех пор, пока его очередной член не станет по модулю меньше заданного малого положительного ϵ .

Рассмотреть задачу при нескольких различных ϵ .

Таблицу представить в следующем виде:

x	y	z	w
—	—	—	—
—	—	—	—
...
—	—	—	—

Выровнять данные в таблице с помощью функций `cout.width()`, `cout.precision()`.

Варианты.

1.

$$y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

2.

$$y = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots;$$

$$z = e^{-x};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -1, \quad x_k = 1, \quad h = 0.2.$$

3.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \sin 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -\frac{\pi}{4}, \quad x_k = \frac{\pi}{4}, \quad h = \frac{\pi}{20}.$$

4.

$$y = 1 - \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} - \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \cos 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0, \quad x_k = \frac{\pi}{2}, \quad h = 0.05\pi.$$

5.

$$y = 2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

6.

$$y = 1 + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

7.

$$y = -\left(2x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^4 x^4}{4} + \dots\right);$$

$$z = \ln(1 - 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

8.

$$y = 2x - \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} - \frac{2^4 x^4}{4} + \dots;$$

$$z = \ln(1 + 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

9.

$$y = x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

10.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^5 x^5}{5} - \frac{2^7 x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

Задание № 2.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$.

Применить методы:

- 1) общего поиска;
- 2) деления пополам;
- 3) золотого сечения;

Подсчитать число итераций, число вычислений функции $f(x)$ и сравнить результаты.

Задание № 3.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$ (выбрать начальное приближение на отрезке $[a, b]$) следующими методами:

- 1) Ньютона-Рафсона;
- 2) Квазиньютоновским (с аппроксимацией производной).

Подсчитать число итераций и число вычислений функции $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$; сравнить результаты.

-
1. $f(x) = x^2 - 2x + e^{-x}, [1; 1,5]$
 2. $f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x, [0; \pi/4]$
 3. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}, [0; 1]$
 4. $f(x) = x^4 + 4x^2 - 32x + 1, [1,5; 2]$
 5. $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x, [1; 1,5]$
 6. $f(x) = x^3 - 3 \sin x, [0,5; 1]$
 7. $f(x) = 5x^2 - 8x^{5/4} - 20x, [3; 3,5]$
 8. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x, [1,5; 2]$
 9. $f(x) = x \sin x + 2 \cos x, [-5; -4]$
 10. $f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x + 90, [1,5; 2]$
 11. $f(x) = x^6 + 3x^2 + 6x - 1, [-1; 0]$
 12. $f(x) = 10x \ln x - \frac{x^2}{2}, [0,5; 1]$
 13. $f(x) = x^2 + 2 \left(x \operatorname{tg} \frac{x}{e} - 2 \right), [1,5; 2]$
 14. $f(x) = \frac{2x}{\ln 2} - 2x^2, [3,5; 4,5]$
 15. $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^3 + 2x, [-1,5; -1]$

16. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [-1; 0]$
17. $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [-3; -2]$
18. $f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1), [0,5; 1]$
19. $f(x) = x^2 - 2x - 2\cos x, [0,5; 1]$
20. $f(x) = (x + 1)^4 - 2x^2, [-3; -2]$
21. $f(x) = 3(5 - x)^{4/3} + 2x^2, [1,5; 2]$
22. $f(x) = -x^3 + 3(1 + x)[\ln(1 + x) - 1], [-0,5; 0,5]$
23. $f(x) = 2 + x^2 + x^{2/3} - \ln(1 + x^{2/3}) - 2x \operatorname{arctg} x^{1/3}, [0,5; 1]$
24. $f(x) = x - \ln x, [0,1; 2]$
25. $f(x) = x^2 - \sin x, [0; \pi / 2]$
26. $f(x) = x^4 + x^2 + x + 1, [-1; 2]$
27. $f(x) = \sqrt{1 + x^2} + e^{-2x}, [0; 1]$
28. $f(x) = e^x + \frac{1}{x}, [0,1; 2]$
29. $f(x) = (x - 4)^2 + \ln x, [3; 5]$
30. $f(x) = x^4 + e^{-x}, [0; 1]$

Задание № 4.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$

- 1) методом градиентного спуска; 2) методом

Марквардта.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и ее производных.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_1 + 2x_2.$
2.	$f(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1} + 0.5x_1 - 0.5x_2.$
3.	$f(x) = x_1^4 + 2x_2^4 + x_1^2x_2^2 + 2x_1 + x_2.$
4.	$f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 + \cos(x_1 + x_2).$
5.	$f(x) = \sqrt{1 + 2x_1^2 + x_2^2} + e^{x_1^2+2x_2^2} - x_1 - x_2.$
6.	$f(x) = x_1 + 5x_2 + e^{x_1^2+x_2^2}.$
7.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + \sqrt{2 + x_1^2 + x_2^2} - 2x_1 + 3x_2.$
8.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right) + x_2.$
9.	$f(x) = \ln(1 + 3x_1^2 + 5x_2^2 + \cos(x_1 - x_2)).$
10.	$f(x) = x_1^2 + e^{x_1^2+x_2^2} + 4x_1 + 3x_2.$
11.	$f(x) = x_1 + 2x_2 + 4\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1}.$
12.	$f(x) = 2x_1 - 5x_2 + e^{x_1^2+0.5x_2^2}.$
13.	$f(x) = 2\sqrt{3 + x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2} - x_1 - x_3.$
14.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 2x_3 - x_2 + e^{x_2^2+x_3^2}.$
15.	$f(x) = 4\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2} + x_1 - 2x_2.$
16.	$f(x) = 2x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + x_3^4 + x_1^2x_3^2 + x_1 + x_2.$
17.	$f(x) = x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + \cos(x_1 - x_2 + x_3).$

18.	$f(x) = e^{x_1^2+x_2^2} + \ln(4 + x_2^2 + 2x_3^2).$
19.	$f(x) = x_1 + x_2 - 5x_3 + e^{x_1^2+2x_2^2+x_3^2}.$
20.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + \sqrt{5 + x_2^2 + 2x_3^2} + x_1 + x_3.$
21.	$f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2\sin\frac{x_1 + x_2 - x_3}{2}.$
22.	$f(x) = 2\sqrt{x_1^2 + 3x_2^2 + 3} + x_2^2x_3^2 - x_1 - x_2.$
23.	$f(x) = x_1 - x_2 + x_2^2 + x_3^2 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
24.	$f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + 3\sqrt{x_1^2 + x_3^2 + 1} + e^{x_1^2+x_2^2}.$
25.	$f(x) = \sqrt{x_2^2 + x_3^2 + 3} + x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2).$
26.	$f(x) = x_1 + 10x_2 - 3x_3 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
27.	$f(x) = e^{x_1^2} + (x_1 + x_2 + x_3)^2.$
28.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2\cos\frac{x_1 - x_2 + x_3}{2}.$
29.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin(x_1 + 2x_2).$
30.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_2 + 3x_3.$

Задание № 5.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$

- 1) методом штрафных функций или методом барьерных функций. 2) методом факторов.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и т.д.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = 10x_1 - x_2,$ $x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 3 \leq 0,$ $x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_2 - 4 \leq 0.$
2.	$f(x) = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 - 2x_2 \leq 0,$ $-x_1 + x_2 \leq 0.$
3.	$f(x) = x_1^2 + 9x_2^2 - 12x_1 - 36x_2,$ $-1 \leq x_1 \leq 4, \quad 1 \leq x_2 \leq 2.$
4.	$f(x) = 2x_1 + x_2,$ $(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 1.$
5.	$f(x) = 2\sqrt{1 + x_1^2 + 2x_2^2} + x_1 + x_2,$ $5 \leq x_1 \leq 8, \quad 1 \leq x_2 \leq 10.$
6.	$f(x) = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2,$ $x_1 + (x_2 - 4)^2 \leq 9.$
7.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3,$ $x_1 + x_2 - x_3 = 3.$
8.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 6x_2 - 2x_3,$ $2x_1 + x_3 = 2.$
9.	$f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_2 - 1)^4,$ $2x_1 + x_2 \leq 2.$
10.	$f(x) = x_1^2 - x_2,$ $2x_1 - 2x_2 \leq 1.$

11.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 13,$ $2x_1 + x_2 \leq 10.$
12.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2,$ $5x_1 + 13x_2 \leq 51,$ $15x_1 + 7x_2 \leq 107.$
13.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 4x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6.$
14.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 10x_2,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 72,$ $x_1 + 2x_2 \leq 10.$
15.	$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - 2x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6,$ $2x_1 + x_2 \leq 4.$
16.	$f(x) = x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 + x_3,$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $3x_1 + x_2 + x_3 \leq 2.$
17.	$f(x) = x_2^2 - x_1 - 2x_2,$ $2x_1^2 + 2x_2^2 \leq 6.$
18.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 3x_2,$ $x_1^2 + x_2^2 \leq 9.$
19.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_2,$ $-2x_1 + x_2^2 \leq 0,$ $x_1 - 2x_2 \leq 0.$
20.	$f(x) = x_1^2 - 6x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 + (x_2 + 4)^2 \leq 9.$

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1. Провести две итерации методом наискорейшего спуска в задаче нелинейного программирования без ограничений. Начиная из исходной точки $X_0 = (x_1^0, x_2^0) = (0, 1)$ и находя одномерные минимумы на каждой итерации аналитически, используя необходимое условие существования экстремума. Показать на графике направления спуска и последовательные приближения к точке минимума. Вычислить значение целевой функции в исходной точке и последующих приближениях.

- 1) $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 2x_2$ (min);
- 2) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 2x_2$ (min);
- 3) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 4x_2 + 20$ (min); 4)
 $f(x_1, x_2) = 10x_1 + 10x_2 - 5x_1^2$ (max);
- 5) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 5x_2 - x_1^2 - x_2^2$ (max);
- 6) $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 13$ (max);
- 7) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$ (max);
- 8) $f(x_1, x_2) = -6x_1 + 2x_1^2 + 2x_2^2$ (min);

Задание 2. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений.

Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + a)^2 + (x_2 + b)^2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2; \\ x_1; x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Значения коэффициентов целевой функции и системы ограничений:

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Параметры										
a	-5	-6	-1	-2	-3	-1	-3	-2	-2	1
b	-4	-2	-1	-1	-4	-1	-1	-6	-2	-1
a_{11}	5	2	5	2	3	3	3	3	6	6
a_{12}	-4	5	-4	5	8	5	8	5	7	7
b_1	-20	20	-20	20	24	15	24	15	42	42
a_{21}	3	2	3	2	4	5	4	5	3	3
a_{22}	2	1	2	1	7	3	7	3	-2	-2
b_2	30	10	30	10	28	15	28	15	-6	-6

Задание 3. Двум предприятиям на пять лет выделены средства в количестве $a=2000$ ден. ед. Известно, что доход от x единиц на первом предприятии равен $f_1(x)=5x$, от y ден. единиц на втором предприятии – $f_2(y)=6y$ ден. единиц. К концу года остаток средств равен соответственно $q_1(x)=0,8x$, $q_2(y)=0,3y$. Как распределить средства между предприятиями, чтобы общий доход был наибольшим? Решить задачу методом динамического программирования.

Задание 4. Найти графически решение задачи выпуклого программирования. Составить функцию Лагранжа и найти ее седловую точку.

$$Z(x_1, x_2) = 2 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max;$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 4 - x_1^2; \\ x_1 + x_2 \geq 1; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 1. \end{cases}$$

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ОПК-6.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к экзамену

1. Различные формы задачи линейного программирования
2. Графический метод решения ЗЛП
 1. Выпуклые множества и свойства ОДР ЗЛП
 2. Опорное решение ЗЛП и его нахождение
 3. Симплексный метод решения ЗЛП
 4. Переход от одного опорного решения к другому и оценки разложений столбцов по базису.
 5. Признак возможности улучшения решения и другие признаки.
 6. Признак достижения оптимального решения и другие признаки.
 7. Метод искусственного базиса.
 8. Теория двойственности: виды задач.
 9. Первая теорема двойственности.
 10. Вторая теорема двойственности.
 11. Транспортная задача: необходимое и достаточное условие существования решения.
 12. Транспортная задача: ранг системы ограничений.
 13. Транспортная задача: опорное решение и цикл.
 14. Транспортная задача: методы построения начального опорного решения.

15. Транспортная задача: переход от одного опорного решения к другому.
16. Транспортная задача: метод потенциалов.
17. Целочисленное программирование: метод Гомори и метод ветвей и границ.
18. Безусловный экстремум для функций одной и многих переменных.
19. Условный экстремум, метод множителей Лагранжа
20. Выпуклое программирование: выпуклая функция и её свойства.
21. Выпуклое программирование: теорема Куна-Таккера.
22. Вариации функции и функционала.
23. Постановка задачи вариационного исчисления.
24. Основная лемма вариационного исчисления, лемма Лагранжа.
25. Необходимое условие экстремума функционала, уравнение Эйлера.
26. Безусловная оптимизация: метод покоординатного спуска.
27. Безусловная оптимизация: градиентные методы.
28. Безусловная оптимизация: метод Ньютона. Контролируемые

компетенции: ОПК-1, ОПК-6.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

