

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Богдалова Елена Викторовна

Должность: Проректор по образовательной деятельности

Дата подписания: 20.08.2025 13:35:52

Уникальный программный ключ:  
ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение инклюзивного высшего образования  
«Российский государственный  
университет социальных технологий»  
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

Б1.В.ДВ.02.01 Прикладная алгебра

наименование дисциплины

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

шифр и наименование направления подготовки

Вычислительная математика и информационные технологии

направленность (профиль)

## Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....
2. Перечень оценочных средств.....
3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующие этапы формирования компетенций.....
5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.....

## 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Прикладная алгебра»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ПК-2	<p>Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> <p>ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p> <p>ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p> <p>ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий <sup>1</sup> , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций <sup>2</sup>	Контролируемые разделы и темы дисциплины <sup>3</sup>	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции <sup>4</sup>
ПК-2		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ПК-2. Студент не способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Не знает основных теорем и формул геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
	Базовый уровень	ПК-2.1. Студент имеет несистематизированные знания теорем и формул геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.

<sup>1</sup> Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

<sup>2</sup> Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

<sup>3</sup> Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

<sup>4</sup> Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

	Средний уровень	ПК-2.1. Студент знает основное содержание материала дисциплины. Знает основные теоремы и формулы геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
	Высокий уровень	ПК-2.1. Студент способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Знает основные теоремы и формулы геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
	Умеет				
	Базовый уровень	ПК-2.2. Студент испытывает затруднения при применении основных теорем и формул геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.

	Средний уровень	ПК-2.2 Студент умеет применять основные теоремы и формулы геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры, но допускает незначительные ошибки.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
	Высокий уровень	ПК-2.2. Студент на высоком уровне умеет применять основные теоремы и формулы геометрии, дискретной математики, функционального анализа, прикладной алгебры.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
		<i>Vладеет</i>			
	Базовый уровень	ПК-2.3. Студент на базовом уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.

	Средний уровень	ПК-2.3. Студент на среднем уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.
	Высокий уровень	ПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	Раздел 1. Алгебраические структуры Раздел 2. Начала теории групп Раздел 3. Строение групп Раздел 4. Группы Ли	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, тестирование.

## 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>5</sup>

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Контрольная работа	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде проверочной контрольной работы по пройденным разделам дисциплины	Варианты контрольной работы
3.	Тестирование	Средство, позволяющее оценить уровень знаний обучающегося путем выбора им одного из нескольких вариантов ответов на поставленный вопрос. Возможно использование тестовых вопросов, предусматривающих ввод обучающимся короткого и однозначного ответа на поставленный вопрос.	Тестовые задания

<sup>5</sup> Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

### **3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
<i>ПК-2</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ПК-2.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ПК-2.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ПК-2.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ПК-2.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ПК-2.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ПК-2.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ПК-2.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	<i>ПК-7.3. ПК-2.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ПК-2.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные</i>

			<i>затруднения в решении задач.</i>
Высокий уровень	ПК-2.3.		<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

## **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения**

### **Задания в форме устного опроса:**

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

### **Контрольная работа**

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу

### **Тестирования**

Тест представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в выполнении обучающимся системы стандартизованных заданий, которая позволяет автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестирование является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задание с единственным выбором ответа из предложенных вариантов, задание на определение верных и неверных суждений; задание с множественным выбором ответов.

В каждом задании необходимо выбрать все правильные ответы.

## **5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации**

### **Задания в форме опроса**

#### **Раздел 1. Алгебраические структуры**

- 1      Абелевы группы.
- 2      Кольца и поля.

#### **Раздел 2. Начала теории групп**

- 1      Группы симметрии.
- 2      Циклические группы.
- 3      Системы порождающих.
- 4      Разбиение на смежные классы.
- 5      Гомоморфизмы.

#### **Раздел 3. Строение групп**

- 1      Понятие простой группы Теоремы Силова.
- 2      Свободно порожденные абелевы группы.
- 3      Периодические абелевы группы.

- 4      Линейные представления групп и алгебр.
- 5      Инвариантные подпространства.
- 6      Неприводимые и вполне приводимые представления.
- 7      Представления конечных абелевых групп.
- 8      Алгебры с делением.
- 9      Теорема Фробениуса

#### **Раздел 4. Группы Ли**

- 1      Определение и простейшие свойства групп Ли.
- 2      Экспоненциальное отображение.
- 3      Касательная алгебра Ли групп Ли.
- 4      Линейные представления групп Ли.

**Контролируемые компетенции: ПК-2**

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*

### **Задания в форме аудиторных контрольных и самостоятельных работ**

1. Докажите, что в определении группы достаточно было предполагать наличие левого нейтрального ( $e \cdot a = a$  для любого  $a \in G$ ) и левого обратного ( $a^{-1} \cdot a = e$ ) элементов.
2. Пусть  $M$  – произвольное множество и  $E(M)$  – множество отображений  $M$  в  $M$  (преобразований множества  $M$ ). В качестве бинарной операции на  $E(M)$  рассмотрим суперпозицию отображений. Иными словами, если  $f, g \in E(M)$ , то  $f \cdot g$  – такое отображение, что  $(f \cdot g)(x) = f(g(x))$  для любого  $x \in M$ . Докажите, что эта операция ассоциативна. Какое отображение является ее нейтральным элементом?
3. Докажите, что множество  $S(M)$  биективных отображений множества  $M$  на себя с операцией, введенной в упр. 2, образует группу.
4. Докажите, что любую подстановку множества из  $n$  элементов можно представить в виде произведения непересекающихся (независимых) циклов.
5. По кодирующему многочлену  $x^7 + x^5 + x + 1$  построить полиномиальные коды для двоичных сообщений 0100, 10001101, 11110.
6. Принадлежат ли коду Голея кодовые слова 1000010101111010011111 и 11000111011110010011111?

**Контролируемые компетенции: ПК-2**

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*

### **Задание в форме тестирования**

1. Количество информации  $I(a_i)$ , содержащееся в символе  $a_i$  из алфавита  $A$  объема  $m$  при значении вероятности  $p(a_i)$ , определяется выражением:  
 а)  $I(a_i) = \log p(a_i)$  ; б)  $I(a_i) = -\log p(a_i)$  ;  
 в)  $I(a_i) = \log m$  ; г)  $I(a_i) = -\log \frac{1}{p(a_i)}$

2. Энтропия  $H(A)$  дискретного источника без памяти с алфавитом  $A$  объема  $m$  при значениях вероятностей символов  $a_i$ , равных  $p(a_i)$ , определяется выражением:  
 м  
 м  
 1

а)  $H(A) = \sum_{i=1}^m \log p(a_i)$  ; б)  $H(A) = -\sum_{i=1}^m \frac{1}{p(a_i)} \log p(a_i)$  ;  
 в)  $H(A) = \sum_{i=1}^m \log \frac{1}{p(a_i)}$ ; г)  $H(A) = -\sum_{i=1}^m p(a_i) \log p(a_i)$  .

3. Энтропия  $H(A)$  дискретного источника с алфавитом  $A$  объема  $m$  ограничена неравенством:

а)  $0 \leq H(A) \leq \log \frac{1}{m}$ ; б)  $0 < H(A) \leq \log m$  ;  
 в)  $0 \leq H(A) \leq \log m$  ; г)  $0 \leq H(A) < \log m$  .

4. Энтропия  $H(A)$  двоичного источника при значении вероятностей символов  $p(a_1) = p$  и  $p(a_2) = 1-p$  определяется выражением:

а)  $H(A) = -p \log p - (1-p) \log(1-p)$  ; б)  $H(A) = p \log p + (1-p) \log(1-p)$  ;  
 в)  $H(A) = -p \log p + (1-p) \log(1-p)$  ; г)  $H(A) = p \log p - (1-p) \log(1-p)$  .

5. Совместная энтропия  $H(A, B)$  дискретных источников с алфавитами  $A$  и  $B$  выражается через энтропию

$H(A)$  ансамбля  $A$  и условную энтропию

$H(B/A)$

соотношением:

а)  $H(A, B) = H(B/A) - H(A)$  ; б)  $H(A, B) = H(A) + H(B/A)$  ;  
 в)  $H(A, B) = H(A) / H(B/A)$  ; г)  $H(A, B) = H(A) - H(B/A)$  .

1	б
2	в
3	г
4	в
5	а

Контролируемые компетенции: ПК-2

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

### Вопросы к зачету с оценкой

1. Разбиение на смежные классы и теорема Лагранжа.
2. Подгруппы циклической группы.
3. Конструкция факторгруппы и основная теорема о гомоморфизмах групп.
4. Первая теорема об изоморфизме.
5. Коммутант группы и теорема об абелевых факторгруппах.
6. Центр и теорема о факторгруппе по центру.
7. Теорема о гомоморфном образе прямого произведения.
8. Понятие разрешимости группы. Разрешимость конечной  $p$ -группы.
9. Действия групп. Стабилизаторы точек, длины орбит.
10. Действие сопряжением. Классы сопряженности. Теорема о центре конечной  $p$ -группы.
11. Первая теорема Силова (существование).
12. Вторая теорема Силова (сопряженность).
13. Простота группы  $A_5$ .
14. Простота группы  $SO(3)$ .
15. Конечно порожденная группа без кручения свободна. Понятие ранга.
16. Теорема о существовании согласованных базисов свободной абелевой группы конечного ранга и ее подгруппы.

17. Прямое доказательство теоремы о строении конечных абелевых  $p$ -групп.
18. Теорема о строении конечно порожденной абелевой группы как следствие теоремы о согласованных базисах.
19. Основная теорема о конечных абелевых группах. Инвариантные множители, элементарные делители.
20. Эквивалентные множества матриц. Лемма Шура и ее следствия.
21. Теорема о неприводимой матричной группе с конечным центром.
22. Теорема о полной приводимости конечных матричных групп.
23. Матричное представление конечной группы на  $\mathbb{C}$ .
24. Геометрический язык теории представлений. Примеры линейных представлений. Переход к матричным представлениям.
25. Каждая неабелева конечная группа имеет неприводимое представление больше единицы над любым полем нулевой характеристики.
26. Описание всех неприводимых комплексных представлений конечной абелевой группы. Теорема двойственности.
27. Теорема о числе одномерных комплексных представлений конечной группы.
28. Каждое комплексное представление конечной группы эквивалентно унитарному.
29. Действие линейной группы степени  $n$  на однородных формах от  $n$  переменных. Понятие об инвариантах линейной группы. Примеры.
30. Идеалы колец. Факторкольцо.
31. Основная теорема о гомоморфизмах колец. Кольца главных идеалов.
32. Алгебры над полем: ассоциативные алгебры и алгебры Ли. Примеры.

Гомоморфизмы алгебр.

33. Идеалы в алгебре многочленов. Простота матричной алгебры.
34. Гомоморфные образы алгебры многочленов. Поля алгебраических чисел.
35. Поле разложения многочлена. Примеры.
36. Существование конечного поля любого порядка  $q=p^n$ .
37. Единственность конечного поля заданного порядка.
38. Автоморфизмы конечного поля.
39. Алгебры с делением. Алгебра кватернионов.
40. Теорема Фробениуса.

Контролируемые компетенции: ПК-2

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*