

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:

ФИО: Богдалова Елена Викторовна  
Должность: Проректор по образовательной деятельности  
Дата подписания: 07.08.2025 12:55:11  
Уникальный программный ключ:  
ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение инклюзивного высшего образования  
**«Российский государственный  
университет социальных технологий»  
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)**

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**  
Б1.В.ДВ.02.02 Теория функций комплексного переменного  
наименование дисциплины

01.03.02 «Прикладная математика и информатика»  
шифр и наименование направления подготовки

Вычислительная математика и информационные технологии  
направленность (профиль)

## **Содержание**

- 1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**
- 3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ  
ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ  
ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 5. МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И  
ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

## **1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине «Комплексный анализ»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

<b>Код компетенции</b>	<b>Наименование результата обучения</b>
ПК-2	<p>Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p> <p>ПК-2.1. Знает основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов, функционального анализа.</p> <p>ПК-2.2. Умеет применять основные теоремы и формулы математического анализа, геометрии, дискретной математики, дифференциальных уравнений, теоретических основ информатики, численных методов.</p> <p>ПК-2.3. Владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.</p>

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий <sup>1</sup> , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций <sup>2</sup>	Контролируемые разделы и темы дисциплины <sup>3</sup>	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции <sup>4</sup>
<i>ОПК-3</i>		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-3. Студент не способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Не знает основ комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ОПК-3.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основах комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

<sup>1</sup> Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

<sup>2</sup> Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

<sup>3</sup> Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

<sup>4</sup> Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

	Средний уровень	ОПК-3.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-3.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Умеет</i>				
	Базовый уровень	ОПК-3.2. Студент испытывает затруднения при применении методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-3.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<i>Владеет</i>				
	Базовый уровень	ОПК-3.3. Студент на базовом уровне владеет основными навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	Средний уровень	ОПК-3.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией изученной дисциплины. Владеет навыками проведения инженерных расчетов основных показателей результативности создания и применения информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Комплексные числа. 2 Функции комплексного переменного. 3 Дифференциальное исчисление ФКП. 4 Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
ПК-2		Знает			
	Недостаточный уровень	ПК-2. Студент не способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. Не знает основных теорем и формул комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	Базовый уровень	ПК-2.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет несистематизированные знания об основных теорем и	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

	формул комплексного анализа.		4. Интегральное исчисление ФКП.	
Средний уровень	ПК-2.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.1. Студент способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности. Знает основные теоремы и формулы комплексного анализа. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
	<b>Умеет</b>			
Базовый уровень	ПК-2.2. Студент непоследовательно применяет методы, теоремы и формулы комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.2. Студент умеет по образцу решать стандартные	Лекционные и практические занятия, работа в малых	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного	Текущий контроль – опрос, контрольная

	профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	работа, расчетно-графическое задание
Высокий уровень	ПК-2.2. Студент умеет анализировать элементы, устанавливать связи между ними. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением методов, формул и теорем комплексного анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
<i>Владеет</i>				
Базовый уровень	ПК-2.3. Студент на базовом уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание
Средний уровень	ПК-2.3. Студент владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности, Допускает незначительные ошибки при	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Функции комплексного переменного. 3. Дифференциальное исчисление ФКП. 4. Интегральное исчисление ФКП.	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

		решении задач.		
Высокий уровень	ПК-2.3. Студент на высоком уровне владеет методами, приемами, алгоритмами и способами применения современного математического аппарата для решения задач профессиональной деятельности.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Комплексные числа.</li> <li>2. Функции комплексного переменного.</li> <li>3. Дифференциальное исчисление ФКП.</li> <li>4. Интегральное исчисление ФКП.</li> </ol>	Текущий контроль – опрос, контрольная работа, расчетно-графическое задание

## **2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>5</sup>**

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

<sup>5</sup> Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

## **4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ**

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
<i>ОПК-3</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные</i>

			<i>затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>
<i>ОПК-3</i>		<i>Знает</i>	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		<i>Умеет</i>	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		<i>Владеет</i>	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и</i>

		<i>математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
Средний уровень	ОПК-3.3.	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
Высокий уровень	ОПК-3.3.	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

## **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения**

### **Задания в форме опроса:**

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

### **Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи**

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

## **5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации**

### **Задания в форме опроса**

#### **Раздел 1. Комплексные числа.**

- 1      Основные понятия и определения.
- 2      Комплексное число.
- 3      Мнимая единица.
- 4      Арифметические операции с комплексными числами.
- 5      Сопряженные комплексные числа.
- 6      Алгебраическая и тригонометрическая формы числа.
- 7      Извлечение корня степени  $n$  из данного числа.
- 8      Геометрическая интерпретация. Комплексная плоскость.
- 9      Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами.
- 10     Разложение многочлена на линейные множители.
- 11     Уравнение прямой и окружности в комплексной форме.

#### **Раздел 2. Функции комплексного переменного.**

- 1      Области в комплексной плоскости.
- 2      Окрестность точки.
- 3      Открытые, замкнутые, ограниченные множества, их свойства.
- 4      Граница области.
- 5      Расширенная комплексная плоскость.

- 6 Геометрическое место точек, удовлетворяющих данному условию.
- 7 Числовые последовательности с комплексными членами.
- 8 Предел последовательности.
- 9 Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
- 10 Числовой ряд.
- 11 Необходимое условие сходимости ряда.
- 12 Степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 13 Определение функции комплексного переменного.
- 14 Предел и непрерывность функции.
- 15 Вещественная и мнимая части комплекснозначной функции.
- 16 Основные элементарные функции и их свойства.
- 17 Многочлен, дробно-рациональная функция, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции.

### **Раздел 3. Дифференциальное исчисление ФКП.**

- 1 Производная комплексно-значной функции в данной точке.
- 2 Дифференцируемые функции.
- 3 Связь с непрерывностью.
- 4 Условия Коши-Римана.
- 5 Свойства дифференцируемых функций.
- 6 Существование комплексной производной в точках данной области.
- 7 Аналитичность.
- 8 Уравнение Лапласа для функции двух переменных.
- 9 Теоремы о гармонических и аналитических функциях.
- 10 Дифференцируемость элементарных функций.
- 11 Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
- 12 Отображения областей комплексной плоскости.
- 13 Обратные функции.
- 14 Однолистность, области однолистности.
- 15 Корень n-ой степени и логарифм, их свойства.
- 16 Многозначные функции, ветви многозначных функций.
- 17 Теорема об аналитичности обратных функций.

### **Раздел 4. Интегральное исчисление ФКП.**

- 1 Интеграл как предел интегральных сумм.
- 2 Линейность, аддитивность, замена переменной в комплексном интеграле.
- 3 Оценка абсолютной величины интеграла.
- 4 Параметрический вид непрерывной кривой в комплексной плоскости.
- 5 Связь определенного интеграла с криволинейным.
- 6 Интегрирование вдоль отрезка и окружности.
- 7 Теорема Коши.
- 8 Интегрирование вдоль различных кривых в односвязной области.

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*

## **Контрольная работа**

### **1. Комплексные числа и их свойства.**

#### **A. Операции с комплексными числами.**

- 1) Комплексное число  $z = x + iy$  однозначно определяется
  - A) одним из двух параметров  $x$  или  $y$ ;
  - B) двумя параметрами  $(x, y)$ ;
  - C) суммой или разностью  $x$  и  $y$ .
  
- 2) Комплексное число можно интерпретировать как
  - A) отрезок на плоскости;
  - B) вектор на плоскости с началом в точке 0;
  - C) интервал числовой прямой;
  - D) точку трехмерного пространства.
  
- 3) При перемножении двух комплексных чисел их модули
  - A) складываются;
  - B) перемножаются;
  - C) возводятся в квадрат и складываются;
  - D) складываются, и результат возводится в квадрат.
  
- 4) Вычитание аргументов двух комплексных чисел осуществляется
  - A) при делении одного числа на другое;
  - B) при вычитании чисел;
  - C) при извлечении корня.
  
- 5) Сумма двух взаимно сопряженных чисел
  - A) является чисто мнимым числом;
  - B) является вещественным числом;
  - C) является положительным числом;
  - D) однозначного ответа дать нельзя.
  
- 6) Произведение двух взаимно сопряженных чисел
  - A) является чисто мнимым числом;
  - B) является отрицательным числом;
  - C) является неотрицательным числом;
  - D) однозначного ответа дать нельзя.
  
- 7) Если множество  $M$  расширенной комплексной плоскости открыто, то
  - A) бесконечность не является предельной точкой  $M$ ;
  - B) бесконечность является предельной точкой  $M$ ;
  - C) любая точка  $M$  является внутренней;

- Г) множество внутренних точек образует окрестность.
- 8) Множество предельных точек некоторого множества  $M$
- А) всегда связное;
- Б) является конечным;
- В) является ограниченным;
- Г) включает в себя внутренние точки  $M$ .
- 9) Если последовательность  $z_n = x_n + iy_n$  сходится, то
- А) обе последовательности  $x_n$  и  $y_n$  имеют предел;
- Б) последовательности  $x_n$  и  $y_n$  имеют равные пределы;
- В) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  имеет предел.
- 10) Если последовательность  $z_n = x_n + iy_n$  неограниченная, то
- А) обе последовательности  $x_n$  и  $y_n$  неограниченные;
- Б) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  имеет бесконечный предел;
- В) хотя бы одна из последовательностей  $x_n$  и  $y_n$  не имеет конечного предела;
- Г) однозначного ответа дать нельзя.
- 11) Многочлен 10-й степени с комплексными коэффициентами
- А) имеет хотя бы один вещественный корень;
- Б) не имеет вещественных корней;
- В) имеют не более пяти невещественных корней;
- Г) имеет ровно десять комплексных корней.
- 12) Корни квадратного уравнения с вещественными коэффициентами и отрицательным дискриминантом
- А) являются противоположными числами;
- Б) являются сопряженными комплексными числами;
- В) являются комплексными числами, дающими в произведении  $-1$ .
- 13) Корни степени  $n$  из комплексного числа  $a$
- А) имеют равные модули;
- Б) имеют аргументы, отличающиеся на величину  $\pi/n$ .
- В) образуют сходящуюся последовательность.
- 14) Пересечение конечного числа открытых множеств
- А) является конечным множеством;
- Б) является открытым множеством;
- В) является ограниченным множеством;
- Г) является окрестностью.

- 15) Достаточным условием непрерывности функции  $f(z)$  в точке  $a$  является
- A) существование предела  $f(z)$  при  $z \rightarrow a$ ;
  - B) существование предела  $f(z)$  при  $z \rightarrow a$ , равного  $f(a)$ ;
  - C) существование предела  $f(z_n)$  хотя бы для одной последовательности  $z_n$ , сходящейся к  $a$ ;
  - D) ограниченность  $f(z)$  в окрестности точке  $a$ .
- 16) Вещественная и мнимая части многочлена  $P(z), z = x + iy$
- A) являются вещественными многочленами от двух переменных;
  - B) принимают вещественные и чисто мнимые значения соответственно;
  - C) принимают неотрицательные значения.
- 17) Формула Эйлера
- A) устанавливает связь между вещественной и мнимой частью комплексного числа;
  - B) устанавливает связь между показательной и тригонометрической функциями;
  - C) устанавливает соотношения между тригонометрическими функциями;
  - D) устанавливает соотношения между алгебраической и тригонометрической формами числа.
- 18) Уравнение  $e^z = 0$
- A) не имеет вещественных корней;
  - B) не имеет корней;
  - C) имеет чисто мнимые корни;
  - D) имеет единственный корень.
- 19) Функция  $f(z) = \operatorname{ch} z, z \in \mathbb{C}$
- A) является нечетной;
  - B) является четной;
  - C) является ограниченной;
  - D) принимает только вещественные значения.
- 20) Функция  $f(z) = \sin z, z \in \mathbb{C}$
- A) является нечетной;
  - B) является четной;
  - C) является ограниченной;
  - D) принимает только вещественные значения.

## **Б. Множества точек в комплексной плоскости. Последовательности.**

### **Вариант №1**

1. Найти точку, симметричную точке  $z_0 = \sqrt{2}e^{\pi i/4}$ :
- относительно прямой  $\operatorname{Re} z = 0$ ;
  - относительно окружности  $|z + 2 - i| = 3$ .
2. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \frac{n \cdot i^{3n} + 1}{n^2 - 2}.$$

3. Составить многочлен степени 4, имеющий корни  $a_k = e^{2k\pi i/3}$  ( $k = 0, 1, 2$ ) и  $b = 0$ .

4. Определить, является ли данная функция аналитической в области определения:

$$f(z) = 2z^2 \cos iz - \bar{z}.$$

### **Вариант №2**

1. Найти все значения корня из комплексного числа  $\sqrt[3]{i}$ .
2. Определить, является ли точка  $z_0 = 2i$  внутренней точкой области  $D = \left\{ z : \left| \frac{z-2}{iz-1} \right| > 3 \right\}$ .
3. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \operatorname{ch}(in\pi + 1).$$

4. Определить, в каких точках области определения функция

$$f(z) = ix^3 - x^2y + ixy^2 - y^3, \quad z = x + iy \text{ является:}$$

(а) дифференцируемой; (б) аналитической.

### **Вариант №3**

1. Для отображения, осуществляющего функцией  $f(z) = (z + 1)^6$  ( $z \in \mathbb{C}$ ), определить:
- точки, в которых отображение является конформным;
  - образ множества  $D = \left\{ z : 0 < \arg(z + 1) < \frac{\pi}{6} \right\}$ .
2. Найти предел данной последовательности  $z_n$ , либо показать ее расходимость:

$$z_n = \arg \left( -1 + \frac{\cos i}{n} \right).$$

3. Составить многочлен степени 3, имеющий корни  $-1, b$  и  $\bar{b}$ , где  $b = 2e^{i\pi/3}$ .

4. Определить, является ли точка  $z_0 = 4e^{5\pi i/4}$  внутренней точкой области  $D = \{z: \operatorname{Re} z > \operatorname{Im} z\}$ .

## 2. Функции комплексного переменного.

**Задание 1.** Укажите логические связи между утверждениями P и Q, если

P:  $\lim_{z \rightarrow a} f(x + iy) = b$     Q:  $f(z) = f(x + iy)$  непрерывна в точке a.

Варианты ответа:

- A)  $P \Rightarrow Q$  и  $Q \Rightarrow P$
- Б)  $P \Rightarrow Q$  и  $Q \not\Rightarrow P$
- В)  $P \not\Rightarrow Q$  и  $Q \Rightarrow P$
- Г)  $P \not\Rightarrow Q$  и  $Q \not\Rightarrow P$

**Задание 2.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \operatorname{Re} z_n$ ;  $z_n = \frac{i^n}{(n+1)!}$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная снизу, немонотонная
- Б) ограниченная, немонотонная
- В) ограниченная, убывающая Г) немонотонная, сходящаяся
- Д) возрастающая, сходящаяся

**Задание 3.** Найдите модуль комплексного числа  $z = \cos \frac{\pi}{3} - 2i$ .

Варианты ответа:

- А) 2    Б)  $2\sqrt{17}$     В)  $\frac{\sqrt{17}}{2}$     Г)  $2i$     Д)  $\frac{2\pi}{3}$

**Задание 4.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного  $f(z) = z\bar{z} + 1$ , где  $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А)  $xy, 1$     Б)  $x - iy, 2i$     В)  $x - ixy, 0$     Г)  $x^2 + y^2 + 1, 0$

**Задание 5.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \left| \frac{(-1+i)^n}{(n^3+3n^2)} \right|$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная, немонотонная
- Б) неограниченная, немонотонная
- В) ограниченная, расходящаяся
- Г) немонотонная, сходящаяся

**Задание 6.** Выберите условие, при котором последовательность  $y_n = \operatorname{Im} z_n$  является ограниченной.

Варианты ответа:

- А)  $|z_n|$  – возрастающая, сходящаяся

- Б)  $|z_n|$  – содержит ограниченную подпоследовательность  
 В)  $x_n$  или  $y_n$  содержит сходящуюся подпоследовательность  
 Г)  $x_n \cdot y_n$  содержит только конечное число положительных членов

**Задание 7.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного  $f(z) = z\bar{z} + i$ , где  $z = x + iy$

Варианты ответа:

- А)  $xy, 1$     Б)  $x + iy, i/2$     В)  $x^2 + y^2, 1$     Г)  $x + y - 1, 0$

**Задание 8.** Выберите условие, при котором последовательность  $x_n = \operatorname{Re} z_n$  не является ограниченной.

Варианты ответа:

- А)  $x_n$  – бесконечно малая  
 Б)  $x_n + y_n$  является подпоследовательностью сходящейся последовательности  
 В)  $x_n + y_n$  является подпоследовательностью монотонной последовательности  
 Г)  $x_n$  содержит только конечное число членов, отличных от 1

**Задание 9.** Определите множество значений функции  $f(x + iy) = 2^{-|z|}$

Варианты ответа:

- А)  $[0; 1]$     Б)  $(0; 1]$     В)  $[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$     Г)  $(-\infty; \infty)$     Д)  $[1; 2]$

**Задание 10.** Найдите модуль комплексного числа  $z = \sqrt{3}(2i + i^3)$ .

Варианты ответа:

- А)  $\sqrt{3}$     Б)  $\sqrt{6}$     В)  $2\sqrt{6}$     Г) 0    Д) 1

### 3. Дифференциальное исчисление ФКП.

**Задание 1.** Определите, имеет ли данная функция производную в каких-либо точках  $\mathbb{C}$ . Найдите производную в каждой из этих точек:

- 1)  $f(z) = z\bar{z};$
- 2)  $f(z) = z^2;$
- 3)  $f(z) = z\operatorname{Re} z;$
- 4)  $f(z) = \operatorname{Im} z + z^2;$
- 5)  $f(z) = \bar{z} + \operatorname{Re} z;$
- 6)  $f(z) = \frac{1}{z} - |\bar{z}|.$

**Задание 2.** Определите, при каких значениях параметров  $a$  и  $b$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) функция  $f(z)$  является дифференцируемой в каждой точке комплексной плоскости. Найдите ее выражение через переменную  $z = x + iy$ .

- 1)  $f(z) = x^2 - b y^2 + iaxy;$
- 2)  $f(z) = ae^x \sin y - ibe^x \cos y;$
- 3)  $f(z) = az + b\bar{z};$
- 4)  $f(z) = x + ay + i(bx + \bar{a}y);$
- 5)  $f(z) = -\cos x(e^y + be^{-y}) + i \sin x (e^y + ae^{-y}).$

**Задание 3.**

Определите области, в которых данная функция является аналитической. Найдите производную функции в этих областях.

- 1)  $f(z) = z + i|z|^2;$
- 2)  $f(z) = x^2 + i y^2;$
- 3)  $f(z) = \frac{1}{1+z^2}$
- 4)  $f(z) = |x^2 - y^2| + 2i|xy|;$
- 5)  $f(z) = x^3 - 3xy^3 - i(y^3 - 3x^2y);$
- 6)  $f(z) = \frac{4z^2 - 2iz^3}{(z-1)(z+i)}.$

**Задание 4.**

Разложите функцию  $f(z)$  в ряд по степеням  $z - a$  и определите радиус сходимости ряда:

- 1)  $f(z) = e^z, a = -1;$
- 2)  $f(z) = \ln(2 - z), a = 0;$
- 3)  $f(z) = \frac{1}{3-2z}, a = 0;$
- 4)  $f(z) = \frac{z}{z^2+i}, a = 0;$
- 5)  $f(z) = \frac{1}{(z-1)^2}, a = \frac{1}{2};$
- 6)  $f(z) = \cos^2 iz, a = 0;$
- 7)  $f(z) = \ln(2 + z - z^2), a = 1;$
- 8)  $f(z) = \frac{z}{z^2-4z-5}, a = 0.$

**Задание 5.** Найти множество точек, в которых функция  $u(x, y)$  (или  $v(x, y)$ ) является гармонической. Выяснить, существует ли аналитическая в некоторой области  $D$  функция:  $f(z), z = x + iy$ , на которой  $\operatorname{Re} f = u$  (соответственно  $\operatorname{Im} f = v$ ). Если такая функция  $f(z)$  существует, то найти ее:

- 1)  $v(x, y) = -y^2 - x^2 + 2;$
- 2)  $v(x, y) = x^2 - y^2 + x;$
- 3)  $u(x, y) = xy^2;$
- 4)  $u(x, y) = \ln(x^2 + y^2);$
- 5)  $u(x, y) = e^x \sin y;$
- 6)  $u(x, y) = e^{-2y} \cos 2x;$
- 7)  $v(x, y) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2};$
- 8)  $v(x, y) = x^3 - 3xy^2 + i.$

**Задание 6.** Найти радиус и область сходимости степенного ряда с комплексными членами. Исследовать сходимость ряда.

- 1)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 4}{3^n} (x + 3)^n.$
- 2)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 6}{6^n} (x - 6)^n.$

$$3) \sum_{n=1}^{+\infty} 4 \frac{n^2 - 4}{3^n} (x - 4)^n.$$

$$4) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 2}{2^n} (x + 2)^n.$$

$$5) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 6}{6^n} (x + 6)^n.$$

$$6) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 5}{5^n} (x - 5)^n.$$

$$7) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 2}{2^n} (x - 2)^n.$$

$$8) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 4}{4^n} (x + 4)^n.$$

$$9) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 + 5}{5^n} (x + 5)^n.$$

$$10) \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^2 - 3}{3^n} (x - 3)^n.$$

#### **4. Интегральное исчисление ФКП.**

##### **A. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница.**

1. Вычислить интегралы: а)  $\int_0^i z \cos z \ dz$ ; б)  $\int_0^{1+\pi i} z e^{-z} \ dz$ ;  
в)  $\int_0^{1+i} z^2 \ dz$ .

2. Вычислить интегралы: а)  $\int_0^i z e^z \ dz$ ; б)  $\int_1^{1+i} dz/z$ ;  
в)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}+i} \sin z \ dz$ .

##### **B. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости.**

1. Вычислить  $\int_C \operatorname{Im} z \ dz$ , где  $C$  – прямолинейный отрезок, соединяющий точку 0 с точкой  $2 + i$ .

2. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z}$ , где  $C$  – окружность  $|z| = 1$ .

3. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $C$  – верхняя половина окружности  $|z| = 1$ , направление обхода: от точки  $(1,0)$  до точки  $(-1,0)$  ( $\sqrt{z}$  взять из общей формулы при  $k = 0$ ).

4. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z}$ , где  $C$  – граница области  $\{1 < |z| < 2\}$ .

Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

## Расчетно-графическое задание

### 1. Комплексные числа. Множества точек в комплексной плоскости.

#### Задание 1.

1. Вычислить  $(4 - i) \cdot (1 + 6i)$ ,  $(\sqrt{3} + i)^2$ ,  $(-5i - 3) \cdot i^{-2}$
2. Представить комплексное число  $z$  в алгебраической и тригонометрической форме.  $z = \frac{-2-2i}{i^5}$ .
3. Дать определение граничных точек множества  $M \subset \mathbb{C}$ .
4. Найти все предельные точки множества  $M = \{z: -2 < \operatorname{Im} z \leq 1\}$ . Является ли данное множество открытым?

#### Задание 2.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа  $\frac{6-2i}{4+2i}$ ,  $\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right)^{10}$ .
2. Найти многочлен третьей степени, имеющий комплексные корни  $a, -a$  и  $1$ .
3. Дать определение открытого множества  $M \subset \mathbb{C}$ .
4. Найти все граничные точки множества  $M = \{z: 1 < \operatorname{Re} z \leq 3\}$ . Является ли данное множество ограниченным?

#### Задание 3.

1. Вычислить  $(3 + 2i) \cdot (4 + i)$ ,  $(2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i)^2$ ,  $(i - 5) \cdot (3i)^3$ .
2. Представить комплексное число  $z$  в алгебраической и тригонометрической форме.  $z = \frac{4i}{1+i\sqrt{3}}$ .
3. Дать определение предела последовательности  $\{z_n\}$ ,  $z_n \in \mathbb{C}$ .
4. Найти все внутренние точки множества  $M = \{z: 1 \leq |z| \leq 2\}$ .

#### Задание 4.

1. Записать в тригонометрической и показательной форме числа  $\frac{4-5i}{1+3i}$ ,  $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i\right)^{12}$ .
2. Найти все корни уравнения  $z^3 - 27 = 0$  и изобразить их на комплексной плоскости.
3. Что называется модулем комплексного числа? Какие значения принимает  $|z|$ ?
4. Найти все предельные точки множества  $M = \{z: 0 < |z| < 4\}$ .

## 2. Функции комплексного переменного.

**Задание 1.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = |z - \bar{z}| + i\sqrt{2}, \text{ где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А)  $x - iy, i\sqrt{2}$    Б)  $x + iy, i\sqrt{2}$    В)  $2|y|, \sqrt{2}$    Г)  $\sqrt{2y}, 2x$

$$\left( \frac{\cos 2x}{\cos 3x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$$

**Задание 2.** Найдите предел функции  $\lim_{z \rightarrow 0}$  ;

Варианты ответа:

- А) 1   Б)  $e^{-2}$    В)  $e^{2.5}$    Г)  $\frac{1}{2}$    Д) 2.3

**Задание 3.** Укажите свойства данной числовой последовательности  $x_n = \frac{n^2+n}{n\sqrt{n+1}} + \frac{i^n}{n}$ .

Варианты ответа:

- А) ограниченная, неотрицательная  
Б) неограниченная  
В) расходящаяся, неотрицательная  
Г) сходящаяся, неотрицательная

**Задание 4.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = iz + z^2, \text{ где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- А)  $x, y^2 + 2x$    Б)  $xy + y^2, -x$    В)  $i + x + y, -xy$    Г)  $x^2 - y^2 - y, 2xy + x$

**Задание 5.** Выберите условие, при котором последовательность  $x_n + iy_n$  не является сходящейся.

Варианты ответа:

- А)  $x_n$  – бесконечно малая,  $y_n$  – ограниченная  
Б) обе последовательности  $x_n, y_n$  – ограниченные и монотонные  
В) последовательности  $|x_n|$  и  $|y_n|$  – бесконечно малые  
Г) последовательность  $x_n$  имеет предел, последовательность  $y_n$  – возрастает и ограничена сверху

**Задание 6.** Укажите вещественную и мнимую части функции комплексного переменного

$$f(z) = (i-1)|\bar{z}|^2, \quad \text{где } z = x + iy$$

Варианты ответа:

- |                               |                            |
|-------------------------------|----------------------------|
| А) $x^2 + iy^2 - y, -xy + ix$ | Б) $x^2 + y^2, -x^2 - y^2$ |
| В) $x^2 + y^2, y^2 - x^2$     | Г) $-x^2 - y^2, x^2 + y^2$ |

### 3. Интегральное исчисление ФКП.

#### A. Интегрирование вдоль контура в комплексной плоскости

**Задание 1.** Вычислить  $\int_0^{1+i} z dz$ .

**Задание 2.** Написать интегральную формулу Коши, выражающую значения функции  $f(z)$  в области через значения функции  $f(z)$  на границе  $L$  области.

**Задание 3.** Определить радиус сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nz^n}{2^n}$ .

**Задание 4.** Найти особые точки функции  $\frac{z+2}{z(z-1)^3}$  и определить их тип.

**Задание 5.** Что такое вычет функции? Как он обозначается?

**Задание 6.** Написать ряды для функций  $\frac{1}{1-z}, \frac{1}{1+z}$ .

**Задание 7.** Формула для определения радиуса сходимости ряда  $\sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$ .

**Задание 8.** Написать общий вид ряда Лорана.

#### B. Интегральная формула Коши

1. Вычислить интеграл  $\oint_C \frac{e^z dz}{(z-i)^3}$ , где  $C$  – произвольный замкнутый контур, однократно обходящий точку  $i$  в положительном направлении.
2. Вычислить интеграл  $\oint_{|z-2|=2} \frac{2z^3+1}{(z-1)^4} dz$ .
3. Вычислить  $\oint_C \frac{dz}{z^2+9}$ , если: а) точка  $3i$  лежит внутри контура  $C$ , а точка  $-3i$  – вне его, б) точка  $-3i$  лежит внутри контура  $C$ , а точка  $3i$  – вне его.
4. Применяя формулу Коши, вычислить интегралы: а)  $\oint_C \frac{z^3 dz}{z-1}$ , б)  $\oint_C \frac{z dz}{z^4-1}$ , где  $C$  – окружность с центром в точке 2 и радиусом 2.
5. Вычислить интегралы по окружностям: а)  $\oint_{|z|=2} \frac{z^2 dz}{z+i}$ , б)  $\oint_{|z-1|=2} \frac{\sin z}{z} dz$ , в)  $\oint_{|z+2|=2} \frac{z dz}{z^2-1}$ .
6. Вычислить  $\int_C z^3 dz$ , где  $C$  – четверть окружности  $|z|=1$ ,  $0 \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$ .
7. Вычислить  $\int_{-i}^i |z| dz$  вдоль полуокружности  $|z|=1$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$ .

8. Вычислить интегралы вдоль кривой  $C$  – части окружности  $|z| = 2$ , лежащей в полуплоскости  $\operatorname{Im} z \leq 0$  и пробегаемой от точки  $z_1 = -2$  до точки  $z_2 = 2$  в случаях: а)  $\int_C |z| dz$ , б)  $\int_C z|z| dz$ , в)  $\int_C (2x - 3iy) dz$ .

**Контролируемые компетенции:** ОПК-3, ПК-2.

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*

## Вопросы к зачету

1. Комплексные числа, действия над ними. Геометрическая интерпретация комплексных чисел, сопряженные числа.
2. Алгебраическая и тригонометрическая формы комплексного числа. Модуль и аргумент, их свойства.
3. Алгебраические уравнения с комплексными коэффициентами. Разложение многочлена на линейные множители.
4. Теорема о корнях многочлена  $n$ -ой степени с комплексными коэффициентами. Простые и кратные корни.
5. Извлечение корня степени  $n$  из комплексного числа.
6. Показательная (экспоненциальная) функция, ее свойства. Формулы Эйлера и Муавра.
7. Уравнения прямой и окружности в комплексной форме.
8. Окрестность точки в  $\mathbb{C}$ , область в комплексной плоскости.
9. Предельные и граничные точки множеств в  $\mathbb{C}$ .
10. Открытые, замкнутые, ограниченные множества в  $\mathbb{C}$ .
11. Числовые последовательности с комплексными членами. Предел последовательности, его свойства.
12. Предел и непрерывность ФКП. Непрерывность элементарных функций.
13. Степенная функция, ее свойства.
14. Тригонометрические и гиперболические функции комплексного аргумента, связь между ними.
15. Неограниченность функций  $\sin z$ ,  $\cos z$  в комплексной плоскости.
16. Периодичность показательной функции и функций  $\operatorname{ch} z$ ,  $\operatorname{sh} z$ .
17. Дифференцируемость ФКП, ее связь с непрерывностью.
18. Условия Коши-Римана. Выражение комплексной производной  $f'(z)$  через частные производные от  $\operatorname{Re} f(z)$  и  $\operatorname{Im} f(z)$ .
19. Свойства производных. Производная сложной функции.
20. Аналитические функции, их свойства.
21. Гармонические функции, их связь с аналитическими функциями.
22. Однозначные и многозначные аналитические функции.
23. Обратные функции. Теорема об аналитичности обратной функции.
24. Однолистность, области однолистности функций  $w = z^n$ ,  $w = e^z$ .
25. Функции «корень  $n$ -ой степени» и «логарифм» комплексного аргумента.
26. Параметрическое уравнение кривой в  $\mathbb{C}$ . Уравнение окружности  $|z - a| = r$  в параметрической форме.
27. Интегрирование ФКП вдоль непрерывной кривой. Свойства интеграла.
28. Метод замены переменной в комплексном интеграле.
29. Независимость интеграла от пути интегрирования в односвязной области.
30. Интегрирование по замкнутому контуру. Теорема Коши.
31. Ряды с комплексными членами. Необходимое условие сходимости числового ряда.
32. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора в круге  $|z - z_0| < r$ .

**Контролируемые компетенции: ОПК-3, ПК-2.**

*Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.*