

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Богдалова Елена Вячеславовна

Должность: Проректор по образовательной деятельности

Дата подписания: 31.07.2025 09:47:56

Уникальный программный ключ:

ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное

учреждение инклюзивного высшего образования

«Российский государственный университет

социальных технологий»

(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.06 Математика

наименование дисциплины

09.03.03 «Прикладная информатика»

шифр и наименование направления подготовки

Цифровая трансформация

направленность (профиль)

1.ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Математика»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования. ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования. ОПК-1.3. Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ⁵

Таблица 2

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1	Устный опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2	Тест	Средство, позволяющее оценить уровень знаний обучающегося путем выбора им одного из нескольких вариантов ответов на поставленный вопрос. Возможно использование тестовых вопросов, предусматривающих ввод обучающимся короткого и однозначного ответа на поставленный вопрос.	Тестовые задания
3	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
4	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

⁵ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

1. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине Высшая математика осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 3.
Таблица 3

Таблица 3 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий ¹ , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций ²	Контролируемые разделы и темы дисциплины ³	Оценочные средства используемые для оценки уровня сформированности компетенций ⁴
ОПК-1		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-1. Студент не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины. Студент не умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Студент не владеет навыками теоретического и практического применения	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных.	Текущий контроль устный опрос тестирование разноуровневые задания.

¹ Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

² Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

³ Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

⁴ Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая) игра, портфолио...

		методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.		10. Ряды.	
--	--	--	--	-----------	--

	Базовый уровень	ОПК-1.1. Студент усвоил основное содержание материала дисциплины, но имеет проблемы в усвоении материала. Имеет несистематизированные знания об основах математики.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	---	---	---	---

	Средний уровень	ОПК-1.1. Студент способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале. Знает основы математики.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	---	--	---	---

	Высокий уровень	ОПК-1.1. Студент знает, понимает, выделяет главные положения в изученном материале и способен дать краткую характеристику основным идеям проработанного материала дисциплины. Знает основы математики. Показывает глубокое знание и понимание по изучаемым темам.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
		<i>Умеет</i>			

	Базовый уровень	ОПК-1.2. Студент испытывает затруднения в ходе решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	---	--	---	---

	Средний уровень	ОПК-1.2. Студент умеет по образцу решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	--	--	---	---

	Высокий уровень	ОПК-1.2. Студент умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний, методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
		<i>Владеет</i>			

	Базовый уровень	ОПК-1.3. Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	--	--	---	---

	Средний уровень	ОПК-1.3. Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	---	--	---	---

	Высокий уровень	ОПК-2.3. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности. Студент владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Комплексные числа. 2. Матрицы и определители. 3. Системы линейных алгебраических уравнений. 4. Элементы матричного анализа. 5. Аналитическая геометрия. 6. Теория пределов. 7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной. 8. Интегральное исчисление функции одной переменной. 9. Функции нескольких переменных. 10. Ряды.	Текущий контроль – устный опрос, тестирование и разноуровневые задания.
--	-----------------	--	--	---	---

1. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме устного опроса:

Устный опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме тестирования

Тест представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в выполнении обучающимся системы стандартизированных заданий, которая позволяет автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.

Тестирование является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задание с единственным выбором ответа из предложенных вариантов, задание на определение верных и неверных суждений; задание с множественным выбором ответов.

В каждом задании необходимо выбрать все правильные ответы.

Контрольная работа

Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу

Экзамен

Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.

2. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме устного опроса

Семестр 1

Раздел 1. Комплексные числа.

- 1) Что называется комплексным числом?
- 2) Как изобразить комплексное число на плоскости?
- 3) Запишите комплексное число в алгебраической форме.
- 4) Запишите комплексное число в тригонометрической форме.
- 5) Запишите комплексное число в показательной форме.
- 6) Как определяется сумма и разность комплексных чисел?
- 7) Как определяется произведение двух комплексных чисел?
- 8) Как определяется частное комплексных двух чисел?
- 9) Запишите формулу Муавра для возведения комплексных чисел в натуральную степень.
- 10) Запишите формулу для n различных значений корня n -ой степени из комплексного числа.

Раздел 2. Матрицы и определители.

- 1) Что называется матрицей?
- 2) Линейные операции над матрицами и их свойства.
- 3) Дайте определение произведения матриц и опишите свойства произведения.
- 4) Какие элементарные преобразования матриц вы знаете?
- 5) Раскройте понятие определителя второго, третьего и n -го порядка.
- 6) Перечислите все свойства определителей.
- 7) Что называется базисным минором?
- 8) Что такое ранг матрицы?
- 9) Дайте определение обратной матрицы.
- 10) Что такое матричное уравнение и в каком виде искать его решение?

Раздел 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).

- 1) Что называется СЛАУ и её решением?
- 2) При каком условии СЛАУ совместна (Теорема Кронекера-Капелли)?
- 3) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью обратной матрицы?
- 4) При каком условии и как решить СЛАУ с помощью формул Крамера?
- 5) Что такое однородные и неоднородные СЛАУ?
- 6) Дать понятие фундаментальной системе решений СЛАУ.
- 7) В чем заключается метод Гаусса для решения СЛАУ?
- 8) При каком условии СЛАУ имеет множество решений?

- 9) Что такое общее решение СЛАУ?
- 10) Что такое частное решение СЛАУ?

Раздел 4. Элементы матричного анализа.

- 1) Что называется свободным вектором?
- 2) Линейные операции над векторами и их свойства.
- 3) Что такое разложение вектора по ортам?
- 4) Дать понятие скалярного произведения векторов и описать его свойства.
- 5) Дать понятие векторного произведения векторов и описать его свойства.
- 6) Дать понятие смешанного произведения векторов и описать его свойства.
- 7) Каково условие перпендикулярности двух векторов?
- 8) Каково условие коллинеарности двух векторов?
- 9) Каково условие компланарности трех векторов?
- 10) Как с помощью смешанного произведения векторов найти объем параллелепипеда и треугольной пирамиды, построенных на этих векторах?

Раздел 5. Аналитическая геометрия.

- 1) Что такое прямоугольная система координат?
- 2) Чему равно расстояние между двумя точками на плоскости?
- 3) Как найти координаты точки, делящей в заданном отношении λ отрезок AB , если известны координаты его концов?
- 4) Что такое полярная система координат?
- 5) Дайте определение уравнения линии.
- 6) Запишите уравнение окружности с центром в данной точке и радиусом R .
- 7) Запишите различные виды уравнений прямой на плоскости.
- 8) Сформулируйте условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.
- 9) Запишите различные виды уравнений плоскости в пространстве.
- 10) Чему равен угол между двумя плоскостями, заданными своими общими уравнениями?
- 11) Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей?
- 12) Чему равно расстояние от данной точки до данной плоскости?
- 13) Запишите различные виды уравнений прямой в пространстве.
- 14) Чему равен угол между двумя прямыми в пространстве?
- 15) Запишите условия параллельности, перпендикулярности и компланарности двух прямых в пространстве.
- 16) Чему равна величина угла между прямой и плоскостью?
- 17) Запишите условия параллельности, перпендикулярности прямой и плоскости.
- 18) Запишите условие, при котором прямая лежит в плоскости.

Семестр 2

Раздел 6. Математический анализ. Предел и непрерывность функции.

- 1) Дайте определение числовой последовательности.
- 2) Назовите виды числовых последовательностей.
- 3) Дайте определение предела числовой последовательности.
- 4) Дайте определение предела функции в точке и в бесконечности.
- 5) Перечислите свойства пределов.
- 6) Дайте определение бесконечно малой и бесконечно большой функции.
- 7) Сформулируйте связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами.
- 8) Дайте определение непрерывной функции в точке.
- 9) Сформулируйте классификацию точек разрыва.
- 10) Запишите первый и второй замечательные пределы.

Раздел 6. Математический анализ. Дифференциальное исчисление.

- 1) Дайте определение производной функции.
- 2) Сформулируйте геометрический и механический смысл производной.
- 3) Перечислите основные правила дифференцирования.
- 4) Запишите таблицу производных от основных элементарных функций.
- 5) Что такое дифференциал функции?
- 6) Сформулируйте геометрический смысл и свойства дифференциала.
- 7) Сформулируйте теорему о среднем, правило Лопиталя и формулу Тейлора.
- 8) Сформулируйте необходимое условие и все различные достаточные условия экстремума функции в точке.
- 9) Как определяется выпуклость, вогнутость и точки перегиба функции?
- 10) Запишите различные виды асимптот.

Раздел 6. Математический анализ. Интегральное исчисление.

- 1) Что называется первообразной и неопределенным интегралом?
- 2) Перечислите основные свойства неопределенного интеграла.
- 3) Запишите таблицу простейших интегралов.
- 4) В чем заключается метод подстановки при интегрировании?
- 5) В чем заключается метод интегрирования по частям?
- 6) Как можно разложить рациональную дробь на сумму простейших дробей?
- 7) Дайте определение определенного интеграла.
- 8) Сформулируйте свойства определенного интеграла и формулу Ньютона-Лейбница.
- 9) Что такое несобственные интегралы 1 и 2 рода?
- 10) Какие приложения определенного интеграла вы знаете?

Семестр 3

Раздел 7. Функции нескольких переменных.

1. Дайте определение функции двух переменных. Что является графиком такой функции?
2. Дайте понятие предела функции двух переменных в точке. Перечислите свойства пределов.
3. Дайте определение непрерывной функции двух переменных в точке.
4. Перечислите свойства непрерывных функций двух переменных.
5. Дайте определение частных производных.
6. Дайте определение дифференциала функции двух переменных.

7. Запишите формулы для дифференцирования сложных и неявных функций двух переменных.
8. Дайте определение частных производных и дифференциалов высших порядков.
9. Сформулируйте необходимые условия экстремума.
10. Сформулируйте достаточные условия экстремума.

Раздел 8. Ряды.

- 1) Дайте определение числового ряда. Сформулируйте необходимый признак сходимости числового ряда.
- 2) Перечислите достаточные признаки сходимости знакопостоянных рядов.
- 3) Сформулируйте признак Лейбница для знакочередующихся рядов.
- 4) Дайте понятие абсолютной и условной сходимости числовых рядов. Перечислите свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 5) Что такое функциональный ряд?
- 6) Как определяется область сходимости ряда?
- 7) Что такое степенной ряд?
- 8) Сформулируйте теорему Абеля для степенных рядов.
- 9) Как определяется интервал и радиус сходимости степенного ряда?
Что такое ряд Тейлора?

Контролируемые компетенции: ОПК-1.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Тестовые задания

Семестр 1

1. $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} =$

- ☐ $a_{11} \cdot a_{12} - a_{21} \cdot a_{22}$
- ☐ $a_{11} \cdot a_{22} - a_{21} \cdot a_{12}$
- ☐ $a_{11} \cdot a_{22} + a_{21} \cdot a_{12}$
- ☐ $a_{11} \cdot a_{21} - a_{12} \cdot a_{22}$

2. По правилу треугольника $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$

- ☐ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$
- ☐ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$
- ☐ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} + a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} + a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} - a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} - a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} - a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$

○ $a_{11} \cdot a_{22} \cdot a_{33} - a_{21} \cdot a_{32} \cdot a_{13} - a_{12} \cdot a_{23} \cdot a_{31} + a_{31} \cdot a_{22} \cdot a_{13} + a_{21} \cdot a_{12} \cdot a_{33} + a_{32} \cdot a_{23} \cdot a_{11}$

3. Минором M_{ij} элемента a_{ij} определителя третьего порядка называется определитель второго порядка, получающийся из данного определителя

- вычеркиванием любой строки и столбца, в котором стоит данный элемент
- вычеркиванием строки, в которой стоит данный элемент и любого столбца
- вычеркиванием любой строки и любого столбца
- вычеркиванием строки и столбца, на пересечении которых стоит данный элемент

4. Для элемента a_{ij} определителя третьего порядка алгебраическое дополнение этого элемента $A_{ij} =$

- $(-1)^{i+j} \cdot M_{ij}$
- $(-1)^{i-j} \cdot M_{ij}$
- $(-1)^i \cdot M_{ij}$
- $(-1)^j \cdot M_{ij}$

5. По теореме Лапласа $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$

- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{22} \cdot A_{22} + a_{33} \cdot A_{33}$
- $a_{11} \cdot A_{12} + a_{12} \cdot A_{23} + a_{13} \cdot A_{32}$
- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{12} + a_{13} \cdot A_{13}$
- $a_{11} \cdot A_{11} + a_{12} \cdot A_{22} + a_{13} \cdot A_{33}$

6. Определитель $\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ 2 & -3 \end{vmatrix}$ равен

- -2
- 22
- -22
- 2

7. Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{vmatrix}$ равен

- 8
- -8
- 6

○ -6

8. Определитель равен нулю, если

- элементы какой-нибудь строки определителя равны элементам какого-нибудь столбца
- элементы одной строки (столбца) определителя соответственно равны элементам другой строки (столбца)
- элементы каких-нибудь строк пропорциональны
- элементы каких-нибудь столбцов пропорциональны

9. Определитель не изменится, если

- переставить местами две строки
- переставить местами два столбца
- строки определителя заменить столбцами, а столбцы - соответствующими строками
- поделить элементы какой-нибудь строки (столбца) на их общий делитель

10. Определитель треугольного вида равен

- произведению элементов главной диагонали
- сумме элементов главной диагонали
- произведению элементов побочной диагонали
- сумме элементов побочной диагонали

11. Матрица называется квадратной, если

- число ее строк меньше числа столбцов
- число ее строк равно числу столбцов
- число строк больше числа столбцов
- все элементы главной диагонали нули

12. Если все недиагональные элементы квадратной матрицы равны нулю, то матрица называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

13. Если у диагональной матрицы все диагональные элементы равны единице, то матрица называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

14. Матрица любого размера, все элементы которой равны нулю, называется

- нулевой
- единичной
- диагональной
- вырожденной

15. Сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 2 & -1 & 0 \\ 4 & 3 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ равна

○ $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 4 & 7 & 11 \\ 4 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 4 & -7 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 4 & 8 & 11 \\ 4 & 2 & -2 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}$

16. Произведение матриц AB , где $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ равно

○ $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 1 & 7 & 3 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 13 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 4 & 6 & 6 \\ 6 & 7 & 4 \\ 8 & 11 & 14 \end{pmatrix}$

○ $\begin{pmatrix} 8 & 0 & 7 \\ 16 & 10 & 4 \\ 3 & 5 & 7 \end{pmatrix}$

17. Матрица A^{-1} называется обратной по отношению к квадратной матрице A , если при умножении этой матрицы на данную как справа, так и слева получается

- ☐ нулевая матрица
- ☐ невырожденная матрица
- ☐ единичная матрица
- ☐ диагональная матрица

18. Обратная матрица существует тогда и только тогда, когда исходная матрица

- ☐ вырожденная
- ☐ невырожденная
- ☐ диагональная
- ☐ единичная

19. Матрица, обратная матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ равна

☐ $\begin{pmatrix} \frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} \frac{9}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ \frac{12}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} \frac{9}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{1}{5} & \frac{7}{5} \end{pmatrix}$

☐ $\begin{pmatrix} -\frac{9}{5} & -\frac{2}{5} & -\frac{4}{5} \\ \frac{1}{5} & \frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \\ -\frac{12}{5} & \frac{1}{5} & -\frac{7}{5} \end{pmatrix}$

20. Система уравнений, имеющая хотя бы одно решение, называется

- ☐ совместной
- ☐ несовместной
- ☐ определенной
- ☐ неопределенной

21. Совместная система уравнений называется определенной, если она имеет

- ☐ более одного решения

- единственное решение
 - хотя бы два решения
 - не менее одного решения
22. Определитель системы линейных уравнений состоит
- из всех ее коэффициентов
 - из коэффициентов при переменных
 - из свободных коэффициентов
 - из переменных
23. Вспомогательный определитель системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными Δ_i получается из определителя системы Δ
- заменой i -й строки столбцом свободных членов
 - заменой i -го столбца столбцом свободных членов
 - заменой i -й строки i -м столбцом
 - заменой i -го столбца i -й строкой
24. Решением системы уравнений
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3 \\ + x_2 + x_3 = 11 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$
 является
- (1,2,4)
 - (2,1,4)
 - (4,2,1)
 - (4,1,2)

Семестр 2

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1} =$
- 0 1 *2 3
2. $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{3x + 5}{x - 5} =$
- 15 *13 17 7
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$
- 1 2 *0 1/2
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 2x}{2x^2 - 5x} =$

○ $\frac{2}{5}$ 2 5 $\frac{3}{2}$

5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5}{4x+1} =$

○ $\frac{5}{4}$ 5 1 $\frac{1}{5}$

6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{5x+1} =$

○ 0 ∞ 1 $\frac{2}{5}$

7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - 2x^2 + 3}{3x^3 - 5} =$

○ 0 $\frac{1}{3}$ $-\frac{2}{3}$ 1

8. Функция $y = \frac{1}{x-3}$ имеет асимптоты

○ $y = 3x+1$ $x=0$ $y=3$ и $x=0$ $y=0$ и $x=3$

9. Функция $y = \frac{x}{x-1}$ имеет асимптоты

○ $x=1$ и $y=1$ $x=0$ $y=x+1$ $y=2$

10. Функция $y = \frac{x^2}{x-1}$ имеет асимптоты

○ $y=x$ $x=1$ и $y=x+1$ $y=2x$ $x=0$

11. Производная функции $y=3x^4$ равна

○ $12x$ $4x^3$ $12x^3$ $3x^3$

12. Производная функции $y = 5\sqrt[5]{x^3}$ равна

○ $3\sqrt[5]{x^2}$ $\frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$ $5\sqrt[5]{x^2}$ $\frac{5}{5\sqrt[5]{x^2}}$

13. Производная функции $y = 4x^3 + 2x^2 + x - 5$ равна

○ $12x^2 + 4x + 1$ $4x^2 + 2x - 5$ $12x^3 + 4x^2 + 1$ $8x^2 + 2x + 1$

14. Производная функции $y = (x^3 - 1)(x^2 + x + 1)$ равна

○ $3x^4 + 4x^3 - 2x - 1$ $2x^4 + x^3 - 2x - 1$

○ $5x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 2x - 1$ $x^4 + x^3 + x^2 - x - 1$

15. Производная функции $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$ равна

○ $\frac{4x}{(x^2-1)^2}$ $\frac{4x^2}{(x^2-1)^2}$ $\frac{4x}{(x^2-1)}$ * $\frac{-4x}{(x^2-1)^2}$

16. Производная функции $y = (x^2 - 5x + 8)^6$ равна

○ $6(x^2 - 5x + 8)^5$ * $6(x^2 - 5x + 8)^5(2x - 5)$
 ○ $(x^2 - 5x + 8)^5(2x - 5)$ $6(x^2 - 5x + 8)^6(2x - 5)$

17. Производная функции $y = \sqrt{4 - x^2}$ равна

○ * $\frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}}$ $\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}}$ $\frac{2x}{\sqrt{4 - x^2}}$ $-\frac{x}{2\sqrt{4 - x^2}}$

18. Производная функции $y = 5 \ln \sqrt{2x}$ равна

○ $\frac{5}{\sqrt{2x}}$ $\frac{10}{\sqrt{2x}}$ * $\frac{5}{2x}$ $\frac{5}{x}$

19. Вторая производная функции $y = x \sin x$ равна

○ $\sin x + x \cos x$ $-x \sin x$ $2 \cos x + x \sin x$ * $2 \cos x - x \sin x$

20. Вторая производная функции $y = x \ln x$ равна

○ * $\frac{1}{x}$ $\ln x + 1$ $\ln x$ $-\ln x$

21. Дифференциал первого порядка функции $y = (x^3 - 2)^4$ равен

○ $12(x^3 - 2)^3 dx$ * $12x^2(x^3 - 2)^3 dx$ $12x^2 dx$ $4(x^3 - 2)^3 dx$

22. Дифференциал первого порядка функции $y = 3x^4$ равен

○ $12x dx$ $4x^3 dx$ * $12x^3 dx$ $3x^3 dx$

23. Дифференциал первого порядка функции $y = 4x^3 + 2x^2 + x - 5$ равен

○ * $(12x^2 + 4x + 1)dx$ $(4x^2 + 2x - 5)dx$ $(12x^3 + 4x^2 + 1)dx$ $(8x^2 + 2x + 1)dx$

24. Дифференциал первого порядка функции $y = \sqrt{4 - x^2}$ равен

○ * $\frac{-x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ $\frac{x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ $\frac{2x}{\sqrt{4 - x^2}} dx$ $-\frac{x}{2\sqrt{4 - x^2}} dx$

Итоговый тест.

Вариант № 1.

1. Длина вектора $\vec{a} = (x, y, z)$:

A) $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$;

B) $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 - y^2 - z^2}$;

C) $|\vec{a}| = x^2 + y^2 + z^2$;

D) $|\vec{a}| = |x^2 + y^2 + z^2|$;

E) $|\vec{a}| = \sqrt{x + y + z}$.

2. Уравнение прямой с угловым коэффициентом:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

D) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

E) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

3. Фокусное расстояние гиперболы:

A) $c = b^2 - a^2$, если $a < b$;

B) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

C) $c = a^2 - b^2$, если $a > b$;

D) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a < b$;

E) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a > b$.

4. Предел $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ называется:

A) первообразной;

B) дифференциалом;

C) производной;

D) приращением аргумента;

E) приращением функции.

5. Формула производной $(\operatorname{ctg} x)'$ =:

A) $-\frac{1}{\sin^2 x}$;

B) $\frac{1}{\sin^2 x}$;

С) $\operatorname{tg} x$;

Д) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

Е) $-\frac{1}{\cos^2 x}$.

6. Если производная $f'(x)$ при переходе через критическую точку меняет знак с «+» на «-», то функция в этой точке имеет точку:

А) $\min$;

В) перегиба;

С) $\max$;

Д) разрыва;

Е) $\rightarrow \infty$.

7. Интеграл $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx =$:

А) $-\operatorname{tg} x + C$;

В) $-\operatorname{ctg} x + C$;

С) $\arcsin x + C$;

Д) $\operatorname{ctg} x + C$;

Е) $\operatorname{tg} x + C$.

8. Область определения функции $y = x^3 + 6x^2 + 9x$:

А) $[-1; 1]$;

В) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;

С) $(-1; 1)$;

Д) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

Е) $(-\infty; +\infty)$.

9. Даны точки А (0; 3) и В (-4; 3). Найти точку М (х; у), делящую отрезок АВ в отношении $AM:MB=3$.

А) $(-3; 3)$;

В) $(3; -3)$;

С) $\left(\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right)$;

Д) $(3; 3)$;

Е) $(-2; 3)$.

10. Алгебраическое дополнение к элементу a_{12} в матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

A) $A_{12} = -26$;

B) $A_{12} = -34$;

C) $A_{12} = 34$;

D) $A_{12} = -8$;

E) $A_{12} = 8$.

11. Даны векторы $\vec{a}(1;1;2)$ и $\vec{b}(1;-1;4)$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

A) 0;

B) 12;

C) -12;

D) 8;

E) 2.

12. Угол между векторами $\vec{a} = -i + j$ и $\vec{b} = i - 2j + 2k$:

A) 45° ;

B) 90° ;

C) 0° ;

D) 135° ;

E) 60° .

13. Фокус гиперболы $144x^2 - 25y^2 = 3600$:

A) $c = 5$;

B) $c = 12$;

C) $c = \sqrt{119}$;

D) $c = 60$;

E) $c = 13$.

14. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{\sin 5x} =$:

A) 0;

B) $\frac{1}{20}$;

C) ∞ ;

D) 20;

E) $\frac{1}{4}$.

15. Производная функции $y = \cos^2 x$:

A) $y' = \sin 2x$;

B) $y' = -2\cos 2x$;

C) $y' = -2\sin x$;

D) $y' = 2\cos x$;

E) $y' = -\sin 2x$.

16. Промежутки возрастания функции $y = \frac{x^3}{6} - x^2$:

A) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty)$;

B) $(-\infty; 4)$;

C) $(0; 4)$;

D) $(0; +\infty)$;

E) $(-\infty; +\infty)$.

17. Частная производная функции $z = e^{3xy}$ по y :

A) $z'_y = 3xy \cdot e^{3xy}$;

B) $z'_y = xy \cdot e^{3xy}$;

C) $z'_y = 3x \cdot e^{3xy}$;

D) $z'_y = 3 \cdot e^{3xy}$;

E) $z'_y = 3y \cdot e^{3xy}$.

18. Формула Ньютона-Лейбница:

A) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$;

B) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$;

C) $\int u dv = uv - \int v du$;

$$D) \int_a^{+\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow +\infty} \int_a^b f(x) dx;$$

$$E) \int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b).$$

$$19. \text{ Интеграл } \int_1^2 \frac{1}{x^2} dx =:$$

A) 0;

B) $\frac{1}{2}$;

C) 1;

D) 2;

E) $-\frac{1}{2}$.

$$f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n + \dots$$

20. Разложение функции

называется

рядом:

A) тригонометрическим;

B) гармоническим;

C) Тейлора;

D) Маклорена;

E) геометрической прогрессии.

Вариант № 2.

1. Скалярное произведение векторов $\vec{a} = x_1\vec{i} + y_1\vec{j} + z_1\vec{k}$ и $\vec{b} = x_2\vec{i} + y_2\vec{j} + z_2\vec{k}$:

A) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \sin \varphi$;

B) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \operatorname{tg} \varphi$;

C) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 - y_1y_2 - z_1z_2$;

D) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1y_1 + x_2y_2 + z_1z_2$;

E) $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$.

2. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

D) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

Е) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

3. Эксцентриситет эллипса:

А) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если $a < b$;

В) $\varepsilon = \frac{c}{a}$;

С) $\varepsilon = \frac{c}{b}$, если $a > b$;

Д) $\varepsilon = \frac{c}{b}$, если $a > b$;

Е) $\varepsilon = \frac{b}{a}$, если $a < b$.

4. Выражение $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ называется:

А) первообразной;

В) дифференциалом;

С) производной;

Д) приращением аргумента;

Е) приращением функции.

5. Формула производной $(\arcsin x)' =$:

А) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

В) $\frac{1}{\sin x}$;

С) $\frac{1}{1+x^2}$;

Д) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

Е) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ _____.

6. Кривая $y = f(x)$ на интервале $(a; b)$ выпукла вверх, если:

А) $f'(x) > 0$;

В) $f'(x) < 0$;

С) $f'(x) = 0$;

Д) $f''(x) > 0$;

Е) $f'(x) < 0$.

7. Интеграл $\int \frac{1}{1+x^2} dx = :$

А) $\arctg x + C$;

В) $-ctg x + C$;

С) $\arcsin x + C$;

Д) $\arccos x + C$;

Е) $tg x + C$.

8. Область определения функции $y = \frac{3-x^2}{x+2}$:

А) $[-2; 2]$;

В) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$;

С) $(-2; 2)$;

Д) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

Е) $(-\infty; +\infty)$.

9. Даны точки А (0; -1) и В (2; 2). Найти точку М (х; у), делящую отрезок АВ в отношении АМ:МВ=1:2.

А) (0; 1);

В) (0; -1);

С) $\left(0; \frac{2}{3}\right)$;

Д) $\left(2; 0\right)$;

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Д) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$;

Е) $\left(-\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

Е) $\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.

10. Алгебраическое дополнение к элементу a_{32} в матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

А) $A_{32} = -23$;

В) $A_{32} = -20$;

С) $A_{32} = 17$;

D) $A_{32} = -17$;

E) $A_{32} = 20$.

11. Даны векторы $\vec{a}(0; -3; 2)$ и $\vec{b}(-1; 1; 0)$. Найти скалярное произведение векторов $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b}$.

A) 0;

B) 11;

C) -12;

D) -3;

E) 12.

12. Уравнение прямой, проходящей через точку $M(-1; 3)$ и образующей с осью OX угол 45° .

A) $x - y - 4 = 0$;

B) $3x - y + 6 = 0$;

C) $2x - y + 4 = 0$;

D) $x - y + 4 = 0$;

E) $-x - y + 2 = 0$.

13. Фокус гиперболы $5x^2 - 9y^2 = 45$:

A) $c = \sqrt{14}$;

B) $c = 2$;

C) $c = \sqrt{5}$;

D) $c = 4$;

E) $c = 3$.

14. Предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2n^2 + 1}}{2n + 3} =$:

A) 2;

B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;

C) 0;

D) $\frac{\sqrt{2}}{3}$;

E) ∞ .

15. Производная функции $y = \sqrt{x^2 + 1}$:

A) $y' = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}};$

B) $y' = \frac{x}{2\sqrt{x^2 + 1}};$

C) $y' = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}};$

D) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x^2 + 1}};$

E) $y' = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}.$

16. Промежутки возрастания функции $y = \frac{x^2}{x - 2}$:

A) $(-\infty; 0);$

B) $(-\infty; +\infty);$

C) $(-0; 4);$

D) $(-\infty; 2);$

E) $(-\infty; 0) \cup (4; +\infty).$

17. Интеграл $\int \sqrt{x} dx =$:

A) $\frac{3}{2}\sqrt{x^3} + C;$

B) $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + C;$

C) $\frac{2}{3}\sqrt{x} + C;$

D) $\frac{1}{2\sqrt{x}} + C;$

E) $-\frac{2}{\sqrt{x}} + C.$

18. Геометрический смысл $\int_a^b f(x) dx$:

A) площадь криволинейной трапеции;

B) точка;

C) прямая;

Д) плоскость;

Е) круг.

19. Ряд $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ называется:

А) рядом геометрической прогрессии;

В) знакопеременным;

С) тригонометрическим;

Д) степенным;

Е) гармоническим.

20. Разложение функции

$$f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots + \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n + \dots$$
 называется рядом:

А) тригонометрическим;

В) гармоническим;

С) Тейлора;

Д) Маклорена;

Е) геометрической прогрессии.

Вариант № 3.

1. Условие параллельности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

А) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \varphi$;

В) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$;

С) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$;

Д) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}|$;

Е) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$.

2. Условие параллельности двух прямых $y = k_1 x + b_1$ и $y = k_2 x + b_2$:

А) $k_2 = b_1$;

В) $k_2 = -k_1$;

С) $k_2 = k_1$;

Д) $k_2 = \frac{1}{k_1}$;

Е) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$.

3. Эксцентриситет эллипса принимает значение:

А) $-1 \leq \varepsilon \leq 0$;

В) $\varepsilon \geq 0$;

С) $0 \leq \varepsilon \leq 1$;

Д) $\varepsilon > 1$;

Е) $\varepsilon \geq 1$.

4. Формула производной произведения двух функций $(u \cdot v)'$ =

А) $u' \cdot v'$;

В) $u \cdot v' - u' \cdot v$;

С) $u' + v'$;

Д) $u' \cdot v + u \cdot v'$;

Е) $u' \cdot v - u \cdot v'$.

5. Формула производной $(\arccos x)'$ =:

А) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

В) $\frac{1}{\sin^2 x}$;

С) $\frac{1}{\cos x}$;

Д) $-\frac{1}{1+x^2}$;

Е) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

6. Кривая $y = f(x)$ на интервале $(a; b)$ выпукла вниз, если:

А) $f'(x) > 0$;

В) $f'(x) < 0$;

С) $f'(x) = 0$;

Д) $f'(x) > 0$;

Е) $f'(x) < 0$.

7. Интеграл $\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$:

- A) $\arctg x + C$;
- B) $-ctg x + C$;
- C) $\arcsin x + C$;
- D) $\text{arcctg } x + C$;
- E) $tg x + C$.

8. Точка разрыва функции $y = \frac{x^2 + 4}{2x}$:

- A) 1;
- B) -1;
- C) не существует;
- D) $\frac{1}{2}$;
- E) 0.

9. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$:

- A) 2;
- B) -3;
- C) -8;
- D) 0;
- E) 8.

10. Алгебраическое дополнение к элементу a_{23} в матрице $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 5 \\ -4 & 1 & 0 \\ 5 & 6 & 2 \end{pmatrix}$:

- A) $A_{23} = -28$;
- B) $A_{23} = 0$;
- C) $A_{23} = 8$;
- D) $A_{23} = -8$;
- E) $A_{23} = 28$.

11. Даны три точки $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$ и $C(0; 2; -1)$. Найти точку $D(x; y; z)$, если $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$.

- A) $(2; 3; 0)$;
B) $(2; -3; 0)$;
C) $(-2; 3; 0)$;
D) $(0; 2; 3)$;
E) $(-2; -3; 0)$.

12. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; 3)$ и $B(3; 0)$:

- A) $3x - 4y + 9 = 0$;
B) $y - x + 5 = 0$;
C) $3x + 4y - 9 = 0$;
D) $4x - 3y + 12 = 0$;
E) $-4x - 3y + 12 = 0$.

13. Фокус гиперболы $11x^2 - 25y^2 = 275$:

- A) $c = \sqrt{14}$;
B) $c = 6$;
C) $c = 5$;
D) $c = \sqrt{11}$;
E) $c = 36$.

14. Предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - x^2 + 1}{2x^2 + 3x} = :$

- A) ∞ ;
B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$;
C) 0;
D) 2;
E) $\frac{1}{2}$.

15. Производная функции $y = \arctg 3x$:

- A) $y' = \frac{1}{1 + 3x^2}$;
B) $y' = \frac{3}{1 - 9x^2}$;

C) $y' = \frac{3}{\sqrt{1-9x^2}};$

D) $y' = \frac{3}{1+9x^2};$

E) $y' = \frac{3}{1+x^2}.$

16. Промежутки убывания функции $y = \frac{x}{x^2+9}:$

A) $(3;+\infty);$

B) $(-\infty;-3) \cup (3;+\infty);$

C) $(-3;3);$

D) $(-\infty;0);$

E) $(-\infty;+\infty).$

17. Интеграл $\int \frac{2}{x^2} dx =:$

A) $-\frac{4}{x^3} + C;$

B) $-\frac{2}{3x^3} + C;$

C) $-\frac{1}{2x} + C;$

D) $-\frac{2}{x} + C;$

E) $\frac{2}{x} + C.$

18. Свойство интеграла: $\int_a^a f(x)dx =:$

A) $x;$

B) $f(a);$

C) $f(x)dx;$

D) $0;$

E) $dx.$

$$a + aq + aq^2 + \dots + aq^n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} aq^n$$

19. Ряд называется:

- А) рядом геометрической прогрессии;
- В) знакопеременным;
- С) тригонометрическим;
- Д) степенным;
- Е) гармоническим.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$$

20. Предел общего члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{3^n}$ при $n \rightarrow \infty$ равен:

- А) 0;
- В) ∞ ;
- С) $\frac{1}{3}$;
- Д) 3;
- Е) 1.

Вариант № 4.

1. Условие перпендикулярности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$:

- А) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \cos \varphi$;
- В) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$;
- С) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|$;
- Д) $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| + |\vec{b}|$;
- Е) $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$;
- Ф) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

2. Условие перпендикулярности двух прямых $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$:

- А) $k_2 = b_1$;
- В) $k_2 = -k_1$;
- С) $k_2 = k_1$;
- Д) $k_2 = \frac{1}{k_1}$;
- Е) $k_2 = -\frac{1}{k_1}$.

3. Эксцентриситет гиперболы:

A) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если $a > b$;

B) $\varepsilon = c \cdot a$;

C) $\varepsilon = \frac{c}{b}$, если $a < b$;

D) $\varepsilon = \frac{c}{a}$, если a - вещественная полуось;

E) $\varepsilon = \frac{b}{a}$, если a - мнимая полуось.

4. Формула производной частного двух функций $\left(\frac{u}{v} \right)' =$

A) $u' \cdot v - u \cdot v'$;

B) $\frac{u \cdot v' - u' \cdot v}{v^2}$;

C) $u' \cdot v + u \cdot v'$;

D) $\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$;

E) $\frac{u' \cdot v + u \cdot v'}{v^2}$.

5. Формула производной $(\operatorname{arctg} x)' =$:

A) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

B) $\frac{1}{\sin^2 x}$;

C) $\frac{1}{1+x^2}$;

D) $-\frac{1}{1+x^2}$;

E) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

6. Точка x_0 является точкой перегиба, если:

A) $f''(x_0) = 0$;

B) $f'(x_0) < 0$;

C) $f'(x_0) = 0$;

D) $f'(x_0) > 0$;

E) $f'(x_0) < 0$.

7. Формула интегрирования по частям:

A) $\int u dv = uv + \int v du$;

B) $\int u dv = \int v du - uv$;

C) $uv = \int u dv - \int v du$;

D) $\int u dv = uv - \int v du$;

E) $uv = \int u dv + \int v du$.

8. Точка разрыва функции $y = \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}$:

A) 1;

B) -1;

C) 0;

D) 2;

E) не существует.

9. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{vmatrix} =$:

A) 6;

B) 12;

C) 24;

D) 36;

E) 42.

10. Произведение матриц: $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} =$:

A) $\begin{pmatrix} 4 \\ 12 \end{pmatrix}$;

B) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 4 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$;

С) $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ -2 & 10 & 4 \end{pmatrix}$.

Д) невозможно;

Е) $\begin{pmatrix} 4 & 12 \end{pmatrix}$.

11. Даны три точки $A(3; 3; -2)$, $B(0; -3; 4)$ и $C(0; -3; 0)$. Найти точку $D(x; y; z)$, если

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}:$$

А) $(3; 9; -6)$;

В) $(3; -9; 6)$;

С) $(-3; -3; 2)$;

Д) $(0; 2; 3)$;

Е) $(-3; -9; 6)$.

12. Уравнение прямой, проходящей через точки $A(-1; 4)$ и $B(6; 5)$:

А) $2x + 3y - 10 = 0$;

В) $x - 5y + 19 = 0$;

С) $x - 7y + 29 = 0$;

Д) $x - 5y + 20 = 0$;

Е) $9x - 7y - 19 = 0$.

13. Фокус эллипса $5x^2 + 9y^2 = 45$:

А) $c = \sqrt{14}$;

В) $c = 2$;

С) $c = \sqrt{5}$;

Д) $c = 4$;

Е) $c = 3$.

14. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - 1} =$:

А) ∞ ;

В) 3;

С) 0;

Д) 2;

Е) $\frac{1}{2}$.

15. Производная функции $y = \ln(e^x)$:

A) $y' = e^x \ln(e^x)$;

B) $y' = 1$;

C) $y' = \frac{1}{e^x}$;

D) $y' = e^x$;

E) $y' = xe^{x-1}$.

16. Промежутки убывания функции $y = \frac{x}{x^2 + 1}$:

A) $(-\infty; 0)$;

B) $(-\infty; +\infty)$;

C) $(-1; 1)$;

D) $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$;

E) $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

17. Интеграл $\int \frac{1}{2x+3} dx =$:

A) $\ln(2x+3) + C$;

B) $2\ln(2x+3) + C$;

C) $-\frac{1}{(2x+3)^2} + C$;

D) $\frac{1}{2}\ln(2x+3) + C$;

E) $\frac{1}{2}(2x+3) + C$

18. Интеграл $\int_0^2 x^3 dx =$:

A) 12;

B) 1;

C) $\frac{1}{4}$;

D) 0;

E) 4.

19. Ряд $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n+1}a_n + \dots = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1}a_n$, где $a_n > 0$, называется:

- А) рядом геометрической прогрессии;
- В) знакопеременными;
- С) тригонометрическим;
- Д) степенным;
- Е) гармоническим;

20. Предел общего члена ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{n}$ при $n \rightarrow \infty$ равен:

- А) 1;
- В) ∞ ;
- С) $\frac{1}{2}$;
- Д) 2;
- Е) 0.

Вариант № 5.

1. Угол между векторами a и b :

$$a \cdot b$$

А) $\cos \varphi = \frac{a \cdot b}{|a| + |b|}$;

В) $\operatorname{tg} \varphi = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|a| \cdot |b|}$;

С) $\cos \varphi = \frac{\bar{a} \cdot \bar{b}}{|a| \cdot |b|}$;

Д) $\cos \varphi = |a| \cdot |b|$;

Е) $\cos \varphi = \bar{a} \cdot \bar{b}$.

2. Расстояние от точки $M(x_0; y_0)$ до прямой $Ax + By + C = 0$:

А) $d = \frac{|Ax_0 + By_0 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$;

В) $d = \frac{|Ax_0 - By_0 - C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$;

С) $d = \frac{\sqrt{A^2 + B^2}}{|Ax_0 + By_0 + C|}$;

Д) $d = |Ax_0 + By_0 + C|^2$;

Е) $d = \sqrt{Ax_0 + By_0 + C}$.

3. Эксцентриситет гиперболы принимает значение:

A) $-1 \leq \varepsilon \leq 0$;

B) $\varepsilon \geq 0$;

C) $0 \leq \varepsilon \leq 1$;

D) $\varepsilon > 1$;

E) $\varepsilon \geq 1$.

4. Формула производной $(x^n)' =$:

A) nx^n ;

B) x^{n-1} ;

C) nx^{n-1} ;

D) $x^n \ln x$;

E) nx^{n+1} .

5. Формула производной $(\operatorname{arccotg} x)' =$:

A) $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$;

B) $\frac{1}{\cos^2 x}$;

C) $-\frac{1}{1+x^2}$;

D) $\frac{1}{1+x^2}$;

E) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$.

6. Свойство интеграла: $\int dx =$:

A) $x + C$;

B) $f(x) + C$;

C) $f(x)dx$;

D) 0;

E) dx .

7. Область определения функции $y = \frac{x^2 + 1}{x}$:

A) $[-1; 1]$;

B) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

C) $(-1; 1)$;

D) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;

E) $(-\infty; +\infty)$.

8. Точка разрыва функции $y = \frac{x}{x+1}$:

A) 1;

B) 0;

C) 2;

D) -1;

E) не существует.

9. Определитель 3-го порядка: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ 5 & 0 & -1 \end{vmatrix} =$:

A) -29;

B) 22;

C) -31;

D) 31;

E) 29.

10. Если $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, то произведение $A \cdot B =$:

A) $\begin{pmatrix} 10 \\ 12 \end{pmatrix}$;

B) $\begin{pmatrix} 10 & 11 \end{pmatrix}$;

C) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$;

D) $\begin{pmatrix} 10 \\ 11 \end{pmatrix}$;

E) невозможно.

11. При каком значении n данные векторы $\vec{a} = (2, -1, 3)$ и $b = (1, 3, n)$ перпендикулярны?

A) 4;

B) -3;

C) $\frac{1}{3}$;

D) $-\frac{1}{3}$;

E) -4.

12. Уравнение прямой, параллельной прямой $y = 3x - 4$ и проходящей через точку $M(2; 1)$.

A) $y = 3x - 10$;

B) $y = 3x$;

C) $y = 3x - 5$;

D) $y = \frac{1}{3}x + 1$;

E) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

13. Фокус эллипса $25x^2 + 169y^2 = 4225$:

A) $c = 5$;

B) $c = \sqrt{119}$;

C) $c = 12$;

D) $c = 144$;

E) $c = 13$.

14. Предел $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x-3} - 2}{x^2 - 49} =$:

A) ∞ ;

B) $\frac{1}{56}$;

C) 0;

D) $\frac{1}{4}$;

E) $\frac{1}{14}$.

15. Производная функции $y = \operatorname{tg}(x^2 + 3)$:

A) $y' = \frac{2}{\cos^2 x}$;

B) $y' = \frac{2x}{\cos^2(x^2 + 3)}$;

C) $y' = \frac{2}{\cos^2(x^2 + 3)}$;

D) $y' = -\frac{2}{\sin^2 x}$;

E) $y' = -\frac{2x}{\sin^2(x^2 + 3)}$.

16. Промежутки возрастания функции $y = \frac{x^3}{3} - x^2 - 3x$:

A) $(3; +\infty)$;

B) $(-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; +\infty)$;

C) $(-1; 3)$;

D) $(-\infty; +\infty)$;

E) $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.

17. Интеграл $\int 2^{3x} dx =$:

A) $\frac{2^{3x}}{3 \ln 2} + C$;

B) $3x \cdot 2^{3x-1} + C$;

C) $3 \cdot 2^{3x} \ln 2 + C$;

D) $2^{3x} \ln 2 + C$;

E) $\frac{2^{3x}}{\ln 3} + C$.

18. Интеграл $\int_0^4 \frac{1}{2\sqrt{x}} dx =$:

A) 2;

B) 4;

C) $\ln 2$;

D) 1;

E) 0.

19. Ряд $a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} a_nx^n$

называется:

A) рядом геометрической прогрессии;

B) знакопередающимся;

C) тригонометрическим;

- D) степенным;
E) гармоническим.

20. Предел общего члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{n}$ при $n \rightarrow \infty$ равен:

- A) ∞ ;
B) 1;
C) $\frac{1}{2}$;
D) 2;
E) 0.

Вариант № 6.

1. При умножении двух матриц размерностей $(m \times n) \cdot (n \times k)$ получится матрица размерности:

- A) $(m \times n)$;
B) $(m \times k)$;
C) $(n \times k)$;
D) $(n \times m)$;
E) $(k \times m)$.

2. Каноническое уравнение окружности:

- A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;
B) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$;
C) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
D) $y^2 = 2px$;
E) $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$.

3. Функция $f(x)$ называется бесконечно большой при $x \rightarrow a$, если:

- A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq \infty$;
B) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$;
C) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$;
D) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$;
E) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$.

4. Формула производной $(\sqrt{x})' =$:

A) $-\frac{1}{\sqrt{x}}$;

B) $\frac{1}{2\sqrt{x}}$;

C) $2\sqrt{x}$;

D) $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$;

E) $\frac{1}{\sqrt{x}}$.

5. Дифференциал функции $y = f(x)$:

A) $dy = f(x)dx$;

B) $dy = dx$;

C) $dy = f'(x)dx$;

D) $dy = xdx$;

E) $dy = f'(x)$.

6. Интеграл $\int x^n dx =$:

A) $nx^{n-1} + C$;

B) $nx^{n+1} + C$;

C) $x^{n-1} + C$;

D) $\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$;

E) $\frac{x^{n-1}}{n-1} + C$.

7. Область определения функции $y = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$:

A) $\left[-1; 1\right]$;

B) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(1; +\infty\right)$;

C) $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right);$
D) $\left(-\infty; \frac{1}{2} \right);$

E) $(-\infty; +\infty).$

8. Точка разрыва функции $y = \frac{2x^2 - 3x + 1}{x}$:

A) 1;

B) 0;

C) 2;

D) -1;

E) не существует.

9. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 6 & 1 & -1 \\ 5 & -1 & 2 \\ 9 & 2 & -5 \end{vmatrix} =$:

A) -15;

B) 30;

C) 15;

D) -30;

E) 0.

10. Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2; -3; 2)$ и $B(5; 3; 0)$:

A) 5;

B) 7;

C) 4;

D) $\sqrt{13}$;

E) 8.

11. При каких значениях m и n векторы $\vec{a} = (2, m, 3)$ и $\vec{b} = (6, 3, n)$ параллельны?

A) $m = 3, \quad n = 3$;

B) $m = 1, \quad n = 9$;

C) $m = 9, \quad n = 1$;

D) $m = 3, \quad n = 9$;

E) $m = 1, \quad n = 1$.

12. Уравнение прямой, параллельной прямой $2x + 5y - 1 = 0$ и проходящей через точку $A(-1; 3)$.

A) $2x + 5y - 13 = 0$;

- B) $2x + y - 1 = 0$;
- C) $2x + 5y = 0$;
- D) $5x - 2y + 11 = 0$;
- E) $5x - 2y + 10 = 0$.

13. Эксцентриситет эллипса $25x^2 + 9y^2 = 225$:

- A) $\varepsilon = \frac{4}{3}$;
- B) $\varepsilon = 4$;
- C) $\varepsilon = \frac{4}{5}$;
- D) $\varepsilon = \frac{5}{3}$;
- E) $\varepsilon = \frac{3}{5}$.

14. Производная функции $y = \ln x^2$:

- A) $y' = \frac{2}{x^2}$;
- B) $y' = 2x$;
- C) $y' = \frac{1}{x^2}$;
- D) $y' = \frac{2}{x}$;
- E) $y' = 1$.

15. Определить критические точки для функции $y = \frac{x^2 + 2}{2x - 1}$:

- A) -1 и 2;
- B) 0 и 1;
- C) 2;
- D) -1;
- E) не существуют.

16. Частная производная функции $z = x^2 + 2xy - y^3$ по x :

- A) $z'_x = 2x + 2y - 3y^2$;
- B) $z'_x = 2x + 3y^2$;
- C) $z'_x = 4x + 2y - 3y^2$;

D) $z'_x = 2x - 3y^2$;

E) $z'_x = 2x + 2y$.

17. Интеграл $\int e^{4x+1} dx =$:

A) $\frac{1}{4}e^{4x+1} + C$;

B) $4e^{4x+1} + C$;

C) $(4x+1)e^{4x} + C$;

D) $\frac{e^{4x+2}}{4x+2} + C$;

E) $e^{4x+1} + C$.

18. Интеграл $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$:

A) $\ln e^x$;

B) e ;

C) $\frac{e^2}{2}$;

D) 0;

E) 1.

19. Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, то $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$:

A) признак Коши;

B) признак Даламбера;

C) признак сравнения;

D) признак Лейбница;

E) необходимое условие сходимости.

20. Предел общего члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 2}{3n^2 - 2n}$ при $n \rightarrow \infty$ равен:

A) ∞ ;

B) $\frac{2}{3}$;

C) $\frac{1}{3}$;

D) -1;

E) 0.

Вариант № 7.

1. Система линейных уравнений имеет единственное решение при применении метода Крамера, если:

A) $x_i = \frac{\Delta}{\Delta x_i}$, при $\Delta x_i \neq 0$;

B) $x_i = \Delta \cdot \Delta x_i$;

C) $x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta \neq 0$;

D) $x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta = 0$ и $\Delta x_i \neq 0$;

E) $x_i = \frac{\Delta x_i}{\Delta}$, при $\Delta = 0$ и $\Delta x_i = 0$,

2. Каноническое уравнение эллипса:

A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;

B) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$;

C) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;

D) $y^2 = 2px$;

E) $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$.

3. Функция $f(x)$ называется бесконечно малой при $x \rightarrow a$, если:

A) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq \infty$;

B) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) \neq 0$;

C) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0$;

D) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \infty$;

E) $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = a$.

4. Формула производной $(\ln x)' =$

A) $-\frac{1}{x}$;

B) $-x$;

C) e^x ;

D) x ;

Е) $\frac{1}{x}$.

5. Функция $f(x)$ возрастает на отрезке $[a; b]$, если на этом отрезке:

А) $f'(x) > 0$;

В) $f'(x) < 0$;

С) $f'(x) = 0$;

Д) $f'(x) \geq 0$;

Е) $f'(x) \leq 0$.

6. Интеграл $\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx =$:

А) $\sqrt{x} + C$;

В) $2\sqrt{x} + C$;

С) $\ln \sqrt{x} + C$;

Д) $\frac{2}{\sqrt{x}} + C$;

Е) $\frac{\sqrt{x}}{2} + C$;

7. Область определения функции $y = \frac{x^2}{2 - 2x}$:

А) $[-1; 1]$;

В) $\left(-\infty; \frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$;

С) $(-1; 1)$;

Д) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

Е) $(-\infty; +\infty)$.

8. Точка разрыва функции $y = \frac{x^2}{x - 2}$:

А) 1;

В) 0;

С) 2;

Д) -2;

Е) не существует.

9. Определитель 3-го порядка $\Delta = \begin{vmatrix} 0 & 0 & -10 \\ 0 & 7 & 10 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} =$:

- A) 25;
- B) 70;
- C) 80;
- D) 50;
- E) -70.

10. Найти длину вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$, если известны $\vec{a} = (6, 2, 1)$ и $\vec{b} = (0, -1, 2)$:

- A) 33;
- B) 7;
- C) 50;
- D) 13;
- E) 14.

11. При каких значениях m и n векторы $\vec{a} = (m, 1, -1)$ и $\vec{b} = (6, 3, n)$ параллельны?

- A) $m = -3, \quad n = 2$;
- B) $m = 2, \quad n = 3$;
- C) $m = 2, \quad n = 1$;
- D) $m = 2, \quad n = -3$;
- E) $m = 1, \quad n = -3$.

12. Уравнение прямой, перпендикулярной прямой $2x + 5y - 1 = 0$ и проходящей через точку $A(-1; 3)$.

- A) $2x + 5y + 11 = 0$;
- B) $x - y - 1 = 0$;
- C) $2x + 5y = 0$;
- D) $5x - 2y + 11 = 0$;
- E) $5x - 2y + 10 = 0$.

13. Эксцентриситет эллипса $5x^2 + 9y^2 = 45$:

- A) $\varepsilon = \frac{4}{3}$;
- B) $\varepsilon = 4$;
- C) $\varepsilon = \frac{4}{5}$;

D) $\varepsilon = \frac{2}{3}$;

E) $\varepsilon = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

14. Производная функции $y = 2^{3x}$:

A) $y' = 2^{3x} \ln 2$;

B) $y' = 3 \cdot 2^{3x} \ln 2$;

C) $y' = 2^{3x} \ln 3$;

D) $y' = 2^{3x}$;

E) $y' = 3x \cdot 2^{3x-1}$.

15. Определить критические точки для функции $y = \frac{x^2 + 1}{x}$:

A) 0 и 1;

B) не существуют;

C) -1 и 1;

D) -1;

E) 0.

16. Частная производная функции $z = x^2 + 2xy - y^3$ по y :

A) $z'_y = 2x + 2y - 3y^2$;

B) $z'_y = 2x - 3y^2$;

C) $z'_y = 4x + 2y - 3y^2$;

D) $z'_y = 2x + 3y^2$;

E) $z'_y = 2x + 2y$.

17. Интеграл $\int \frac{1}{\cos^2 3x} dx =$:

A) $3 \operatorname{tg} 3x + C$;

B) $\frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x + C$;

C) $\arcsin 3x + C$;

D) $\frac{1}{3} \operatorname{ctg} 3x + C$;

Е) $-\frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x + C$.

18. Интеграл $\int_1^e \frac{1}{x} dx =$:

А) $\ln e^x$;

В) e ;

С) $\frac{e^2}{2}$;

Д) 0;

Е) 1.

19. Пусть даны два ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$, где $a_n > 0$, $b_n > 0$ и для всех n $\frac{a_n}{b_n} \leq \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}}$. Тогда, если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, то сходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, а если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится, то расходится и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$:

А) признак Коши;

В) признак Даламбера;

С) признак сравнения;

Д) признак Лейбница;

Е) необходимое условие сходимости.

20. Предел общего члена ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n}{\ln 3n}$ при $n \rightarrow \infty$ равен:

А) 0;

В) 3;

С) $\frac{1}{3}$;

Д) 1;

Е) ∞ .

Вариант № 8.

1. Решение системы линейных уравнений методом обратной матрицы:

А) $A^{-1} \cdot X = B$;

В) $X = A \cdot B$;

С) $X = A^{-1} + B$;

Д) $X = A^{-1} \cdot E$;

Е) $X = A^{-1} \cdot B$.

2. Каноническое уравнение параболы:

A) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1;$

B) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2;$

C) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1;$

D) $y^2 = 2px;$

E) $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2.$

3. Неверное свойство пределов: если существуют $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ и $\lim_{x \rightarrow a} g(x)$, то

A) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \pm g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \pm \lim_{x \rightarrow a} g(x);$

B) $\lim_{x \rightarrow a} C = 0$, где $C = \text{const};$

C) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$ при $g(x) \neq 0$;

D) $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) \cdot g(x)) = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow a} g(x);$

E) $\lim_{x \rightarrow a} (k \cdot f(x)) = k \cdot \lim_{x \rightarrow a} f(x).$

4. Формула производной $(e^x)' =$:

A) $-e^x;$

B) $e;$

C) $e^x;$

D) $e^{-x};$

E) $\frac{1}{x}.$

5. Функция $f(x)$ убывает на отрезке $[a; b]$, если на этом отрезке:

A) $f'(x) > 0;$

B) $f'(x) < 0;$

C) $f'(x) = 0;$

D) $f'(x) \geq 0;$

E) $f'(x) \leq 0.$

6. Интеграл $\int \frac{1}{x} dx =$:

A) $\ln e^x + C$;

B) $x + C$;

C) $\frac{x^2}{2} + C$;

D) $-x + C$;

E) $\ln x + C$.

7. Область определения функции $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$:

A) $[-1; 1]$;

B) $(-\infty; +\infty)$;

C) $(-1; 1)$;

D) $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$;

E) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

8. Точка разрыва функции $y = \frac{x^2}{6} - x^2$:

A) 1;

B) не существует;

C) 2;

D) -2;

E) 0.

9. Определитель Δ для системы уравнений:
$$\begin{cases} 2x - y - 2z = 8 \\ x + y + 2z = 11 \\ 4x + y + 4z = 22 \end{cases}$$

A) $\Delta = 8$;

B) $\Delta = 6$;

C) $\Delta = -8$;

D) $\Delta = 4$;

E) $\Delta = 1$.

10. Найти координаты вектора $\vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} - 3\vec{b}$, если известны $\vec{a} = \left(3, 21, \frac{3}{2}\right)$ и $\vec{b} = \left(0, 4, \frac{1}{6}\right)$:

A) $(0, 1, 5)$;

B) $(1, -5, 0)$;

C) $(0, -5, 1)$;

D) $(-1, 5, 0)$;

E) $\left(-1, 5, \frac{1}{2}\right)$.

11. Угол между векторами $\vec{a} = 8\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{k}$:

A) 90° ;

B) 30° ;

C) 0° ;

D) 45° ;

E) 60° .

12. Уравнение прямой, перпендикулярной прямой $y = 3x - 4$ и проходящей через точку $M(2; 1)$.

A) $y = 3x - 5$;

B) $y = -\frac{1}{3}x$;

C) $y = 3x - 10$;

D) $y = \frac{1}{3}x + 1$;

E) $y = -\frac{1}{3}x + \frac{5}{3}$.

13. Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\sqrt{x+1}-1} =$:

A) 0;

B) ∞ ;

C) -8;

D) 4;

E) 8.

14. Производная функции $y = e^{\sin 2x}$:

A) $y' = \sin 2x \cdot e^{\sin 2x-1}$;

B) $y' = e^{\sin 2x} \cdot \cos 2x$;

C) $y' = 2e^{\sin 2x} \cdot \cos 2x$;

D) $y' = 2e^{\sin 2x} \cdot \cos x$;

E) $y' = e^{\sin 2x}$.

15. Определить критические точки для функции $y = \frac{x^2 + x + 1}{x}$:

A) 0 и 1;

B) -1 и 2;

C) -1 и 1;

D) 0.

E) не существуют.

16. Частная производная функции $z = \ln(2x - y)$ по x :

A) $z'_x = \frac{2 - y}{2x - y}$;

B) $z'_x = -\frac{1}{2x - y}$;

C) $z'_x = \frac{2}{2x - y}$;

D) $z'_x = \frac{2x - 1}{2x - y}$;

E) $z'_x = \frac{1}{2x - y}$.

17. Интеграл $\int \frac{1}{\sin^2 5x} dx =$:

A) $-\operatorname{tg} 5x + C$;

B) $-5\operatorname{ctg} 5x + C$;

C) $-\frac{1}{5}\operatorname{ctg} 5x + C$;

D) $\arcsin 5x + C$;

E) $\frac{1}{5}\operatorname{tg} 5x + C$.

18. Интеграл $\int_0^{\pi} \cos x dx =$:

A) 2;

B) -2;

C) π ;

D) 1;

E) 0.

19. Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, где $a_n > 0$ и существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = p$. Тогда, при $p < 1$ ряд сходится; при $p > 1$ ряд расходится, при $p = 1$ вопрос о сходимости ряда остается нерешенным:

- А) признак Коши;
- В) признак Даламбера;
- С) признак сравнения;
- Д) признак Лейбница;
- Е) необходимое условие сходимости.

20. По признаку Даламбера у ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n}$ предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} =$:

- А) 3;
- В) 0;
- С) $\frac{1}{3}$;
- Д) 1;
- Е) ∞ .

Вариант № 9.

1. Общее уравнение прямой:

- А) $Ax + By + C = 0$;
- В) $y = kx + b$;
- С) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;
- Д) $y - y_0 = k(x - x_0)$;
- Е) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

2. Каноническое уравнение гиперболы:

- А) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
- В) $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$;
- С) $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$;
- Д) $y^2 = 2px$;
- Е) $(x + a)^2 + (y + b)^2 = R^2$.

3. Первый замечательный предел:

A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1;$

B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x}\right)^x = e;$

C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e;$

D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$

E) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 0;$

4. Формула производной $(a^x)'$ = :

A) $a^{-x} \ln a;$

B) $a^x \ln a;$

C) $e^x;$

D) $xa^{x-1};$

E) $\ln a^x.$

5. Правило Лопиталья. Если функции $f(x)$ и $g(x)$ дифференцируемы в точке x_0 , причём

$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$, то:

A) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g'(x);$

B) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g'(x);$

C) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) - \lim_{x \rightarrow x_0} g'(x);$

D) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)';$

E) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f'(x)}{g'(x)}.$

6. Интеграл $\int a^x dx = :$

- A) $a^x + C$;
- B) $xa^{x-1} + C$;
- C) $a^x \ln a + C$;
- D) $\frac{a^x}{\ln a} + C$;
- E) $\frac{a^x}{\ln x} + C$.

7. Область определения функции $y = \frac{x^2 + 2x + 4}{x + 2}$:

- A) $(-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$;
- B) $(-2; +\infty)$;
- C) $(-2; 2)$;
- D) $(-\infty; -2)$;
- E) $(-\infty; +\infty)$.

8. Даны вершины треугольника A (-1; -1), B (0; -6) и C (-10; -2). Найти длину медианы, проведенной из вершины A .

- A) 0;
- B) 1;
- C) 2;
- D) 5;
- E) 4.

9. Определитель Δy для системы уравнений:
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ x - y + z = 3 \\ -x + y + z = 7 \end{cases}$$
 :

- A) $\Delta y = -6$;
- B) $\Delta y = 0$;
- C) $\Delta y = 20$;
- D) $\Delta y = -9$;
- E) $\Delta y = 14$.

10. Даны точки $A(1; 0; 1)$, $B(-1; 1; 2)$, $C(0; 2; -1)$ и $D(-2; 3; 0)$. Скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$:

- A) 6;
- B) -2;

C) 0;

D) 2;

E) 7.

11. Угол между векторами $\vec{a} = \vec{i} + \vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$:

A) 45° ;

B) 30° ;

C) 0° ;

D) 90° ;

E) 60° .

12. Найти $y' = \frac{dy}{dx}$, если $\begin{cases} y = t^4 \\ x = t^3 \end{cases}$

A) $\frac{4}{3}t$;

B) $\frac{2}{3}t$;

C) 1;

D) 0;

E) t^2 .

13. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)^2}{4x^2 + x - 5} = :$

A) 0;

B) ∞ ;

C) 1;

D) 9;

E) $\frac{4}{5}$.

14. Производная функции $y = x \cdot \ln x$:

A) $y' = 1 + \frac{1}{x}$;

B) $y' = \ln x$;

C) $y' = \ln x - 1$;

D) $y' = \frac{1}{x}$;

E) $y' = \ln x + 1$.

15. Определить критические точки для функции $y = \frac{x^2}{2 - 2x}$:

- A) 0 и 1;
- B) 0;
- C) 2;
- D) 0 и 2;
- E) не существуют.

16. Частная производная функции $z = \ln(2x - y)$ по y :

- A) $z'_y = \frac{2 - y}{2x - y}$;
- B) $z'_y = -\frac{1}{2x - y}$;
- C) $z'_y = \frac{2}{2x - y}$;
- D) $z'_y = \frac{2x - 1}{2x - y}$;
- E) $z'_y = \frac{1}{2x - y}$.

17. Формула $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ называется формулой:

- A) Лейбница;
- B) Коши;
- C) Ньютона-Лейбница;
- D) Ньютона;
- E) Даламбера.

18. Интеграл $\int_0^{\pi} \sin x dx =$:

- A) 0;
- B) 1;
- C) π ;
- D) 2;
- E) -2.

19. Пусть дан ряд $\sum_{n=1}^{\infty} f(n)$, члены которого являются значениями некоторой функции $f(x)$, положительной и убывающей. Тогда, если $\int_1^{+\infty} f(x)dx = A$, то ряд сходится, если $\int_1^{+\infty} f(x)dx = \infty$, то ряд расходится:

A) признак Коши;

B) признак Даламбера;

C) признак сравнения;

D) признак Лейбница;

E) необходимое условие сходимости;

20. По признаку Даламбера у ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$ предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} =$:

A) 2;

B) 0;

C) ∞ ;

D) 1;

E) $\frac{1}{2}$.

Вариант № 10.

1. Уравнение прямой в отрезках:

A) $Ax + By + C = 0$;

B) $y = kx + b$;

C) $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$;

D) $y - y_0 = k(x - x_0)$;

E) $\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$.

2. Фокусное расстояние эллипса:

A) $c = b^2 - a^2$, если $a < b$;

B) $c = \sqrt{a^2 + b^2}$;

C) $c = a^2 - b^2$, если $a > b$;

D) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a < b$;

E) $c = \sqrt{a^2 - b^2}$, если $a > b$.

3. Второй замечательный предел:

A) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e;$

B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{1}{x} \right)^x = e;$

C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e;$

D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1;$

E) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = 1.$

4. Формула производной $(\operatorname{tg} x)' = :$

A) $-\frac{1}{\sin^2 x};$

B) $\frac{1}{\sin^2 x};$

C) $\operatorname{ctg} x;$

D) $\frac{1}{\cos^2 x};$

E) $-\frac{1}{\cos^2 x}.$

5. Если производная $f'(x)$ при переходе через критическую точку меняет знак с «-» на «+», то функция в этой точке имеет точку:

A) **min**;

B) перегиба;

C) **max**;

D) разрыва;

E) $\rightarrow \infty.$

6. Интеграл $\int \frac{1}{\cos^2 x} dx = :$

A) $-\operatorname{tg} x + C;$

B) $-\operatorname{ctg} x + C;$

C) $\arcsin x + C;$

D) $\operatorname{ctg} x + C$;

E) $\operatorname{tg} x + C$.

7. Область определения функции $y = \frac{2x}{1+x^2}$:

A) $(-\infty; -1)$;

B) $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$;

C) $(-1; 1)$;

D) $(-\infty; +\infty)$;

E) $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$.

8. Даны вершины треугольника $A(2; 4)$, $B(0; 3)$ и $C(6; 8)$. Найти длину медианы, проведенной из вершины B .

A) 0;

B) 1;

C) 2;

D) 4;

E) 5.

9. Определитель Δx для системы уравнений:
$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ 2x - y + 4z = 1 \\ -x + 6y + z = 5 \end{cases}$$

A) $\Delta x = 0$;

B) $\Delta x = 42$;

C) $\Delta x = 1$;

D) $\Delta x = -1$;

E) $\Delta x = -42$.

10. Даны точки $A(3; 3; -2)$, $B(0; -2; -4)$, $C(0; 3; 0)$ и $D(0; 2; 4)$. Скалярное произведение

векторов $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$:

A) 6;

B) -3;

C) 0;

D) 2;

E) 7.

11. Угол между векторами $\vec{a} = 9\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - 2\vec{k}$:

A) 60° ;

B) 30° ;

- С) 0^0 ;
 D) 45^0 ;
 E) 90^0 .

12. Найти $y' = \frac{dy}{dt}$, если $\begin{cases} y = 5t^2 \\ x = 2t \end{cases}$

- A) $5t$
 B) 5
 C) t^2
 D) t
 E) 1 .

13. Предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + x + 1}{3 + x - 4x^2} = :$

- A) $\frac{7}{4}$;
 B) ∞ ;
 C) 0 ;
 D) 1 ;
 E) $\frac{3}{7}$.

14. Производная функции $y = \frac{\ln x}{x}$:

- A) $y' = \frac{1 - \ln x}{x^2}$;
 B) $y' = \frac{1 + \ln x}{x^2}$;
 C) $y' = \frac{\ln x - 1}{x^2}$;
 D) $y' = -\frac{\ln x}{x^2}$;
 E) $y' = \frac{1}{x^2}$.

15. Определить критические точки для функции $y = \frac{2x}{1 + x^2}$:

- A) 0 и 1 ;
 B) -1 и 2 ;

- C) 2;
 D) -1 и 1;
 E) не существуют.

16. Частная производная функции $z = e^{3xy}$ по x :

- A) $z'_x = 3xy \cdot e^{3xy}$;
 B) $z'_x = xy \cdot e^{3xy}$;
 C) $z'_x = 3x \cdot e^{3xy}$;
 D) $z'_x = 3 \cdot e^{3xy}$;
 E) $z'_x = 3y \cdot e^{3xy}$.

17. Площадь криволинейной трапеции является геометрическим смыслом:

- A) производной;
 B) дифференциала;
 C) приращения функции;
 D) определённого интеграла;
 E) частной производной.

18. Интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\cos^2 x} dx =$:

- A) 2π ;
 B) ∞ ;
 C) π ;
 D) 1;
 E) 0.

19. Знакопередающийся ряд $a_1 - a_2 + a_3 - a_4 + \dots + (-1)^{n+1} a_n + \dots$ сходится, если

$a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_n > \dots$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$;

- A) признак Коши;
 B) признак Даламбера;
 C) признак сравнения;
 D) признак Лейбница;
 E) необходимое условие сходимости.

20. По признаку Даламбера у ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{3^n}$ предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} =$:

- A) $\frac{5}{3}$;
 B) 0;
 C) ∞ ;

$$D) \frac{3}{5};$$

$$E) \frac{1}{3}.$$

Контролируемые компетенции: ОПК-1.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Комплект контрольных заданий

Первый семестр

Тема 1. Матрицы и определители. Решение систем линейных алгебраических уравнений.

Вариант 1

1. Найдите матрицу $S=(2A+C)*M$, если

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 4 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 3 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 3 & -2 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 5 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 3 \\ -4 & 1 & \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 14 & 7 & 13 \\ 4 & -5 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -11 \\ 4x - 2y + 3z = -14 \\ 6x - y - 5z = 23 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 4 \\ 2x - 4y + 5z = 7 \\ 4x + 2y + z = 15 \end{cases}$$

Вариант 2

1. Найдите матрицу $S=D*(C-2A)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & 5 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 2 & -3 & -1 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & -3 & 4 \\ 3 & 5 & -2 & 1 \\ 0 & -4 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 & -1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 15 & 1 & 10 \\ 3 & 6 & -1 \\ 14 & 5 & 11 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = -14 \\ 3x + 2y - z = 3 \\ 2x - 2y + 3z = 10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 9 \\ x + 3y + 2z = 2 \\ x - 2y - 6z = 5 \end{cases}$$

Вариант 3

1. Найдите матрицу $S=(A+2C)*K$, если

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 3 & 0 & 5 \\ 1 & & \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}; \quad K = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 & -1 \\ 3 & 5 & 1 & -4 \\ 2 & 1 & -1 & -3 \\ 3 & 4 & -2 & 2 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & -2 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & 3 & -5 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -2 \\ 14 & 16 & 3 \\ -11 & -8 & -6 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = -4 \\ 2x + 2y + 3z = -11 \\ 3x + 5y + z = -10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = -2 \\ 3x - 2y - z = 2 \\ 4x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

Вариант 4

1. Найдите матрицу $S = C \cdot (A - 3M)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 2 & 3 \\ 1 & -6 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 4 & -2 & -1 \\ -5 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -4 & 5 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 5 \\ 3 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & -5 & 3 & 2 \end{vmatrix}$$

3. Решить матричное уравнение $AX = B$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = -1 \\ 2x + y - 5z = -19 \\ 4x - 3y - 3z = 7 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 1 \\ 2x + y - 5z = 8 \\ 4x + 3y + 13z = -6 \end{cases}$$

Вариант 5

1. Найдите матрицу $S = (B + 3C) \cdot D$, если

$$B = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 0 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}; \quad D = \begin{pmatrix} -7 & 3 \\ 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & -3 & 4 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA=B$

$$X \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & -2 & 0 \\ -3 & 5 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ 3 & 14 & -2 \\ -4 & 5 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = 8 \\ 2x - 5y + 2z = -5 \\ 6x + y - z = 19 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ x + 10y + 5z = 16 \end{cases}$$

Вариант 6

1. Найдите матрицу $S=2(D-C)*B$, если

$$D = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ -6 & 1 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -6 & 4 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 5 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 3 & 2 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 2 \\ 0 & -3 & 4 & -1 \\ -2 & 1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA=B$

$$X \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & -4 & -1 \\ -3 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 6 & 2 \\ 6 & -2 & -4 \\ -6 & 10 & -2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 5z = 9 \\ 3x + 2y - z = 12 \\ 2x - 2y + 3z = 5 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 4z = 0 \\ 2x + y - 5z = 0 \\ 4x + 3y + 13z = 0 \end{cases}$$

Вариант 7

1. Найдите матрицу $S = C \cdot (2A - B)$, если

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ -3 & 0 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & -2 & 2 \\ -4 & 0 & -2 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -5 \\ -7 & 6 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -3 & 1 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 5 \\ 2 & -3 & 3 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA = B$

$$X \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ -3 & 5 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 20 & 2 \\ -4 & 3 & -1 \\ -2 & 29 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 4x + y - 3z = 0 \\ 2x + y - 5z = -8 \\ 4x - 3y - 3z = -20 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 2x - 6y - 3z = 0 \\ 3x - 2y - z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Вариант 8

1. Найдите матрицу $S = (2B - C) \cdot A$, если

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & -4 & 2 \\ -2 & 0 & -5 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & -4 \\ 2 & 5 & -2 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 0 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -4 & -2 \\ 3 & 6 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $AX=B$

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & 3 & 0 \\ 1 & 5 & -1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 7 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 3y + z = -3 \\ 4x - 2y + 3z = 4 \\ 6x - y - 2z = 25 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x + 4y - 2z = 0 \\ x + 3y + 2z = 0 \\ x - 2y - 6z = 0 \end{cases}$$

Вариант 9

1. Найдите матрицу $S=M*(2A+C)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 6 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}; \quad M = \begin{pmatrix} -4 & 4 & 3 \\ 0 & 4 & 1 \\ 2 & -2 & -5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 5 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 3 & -2 \\ 3 & -5 & 1 & -1 \\ 4 & -1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 & 2 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA=B$

$$X \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 10 & 10 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - y + 3z = 12 \\ 2x + 2y + 3z = 2 \\ 3x + 5y + z = -10 \end{cases}$$

5. Найти общее и одно частное решение системы:

$$\begin{cases} 3x + 4y + 3z = 10 \\ 5x - 2y + z = 4 \\ x + 10y + 5z = 16 \end{cases}$$

Вариант 10

1. Найдите матрицу $S = B \cdot (A + 3C)$, если

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 2 \\ 1 & -2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 4 & 7 & -5 \\ -3 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ -1 & 0 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 3 & 4 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & -4 \\ 2 & 2 & 5 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решить матричное уравнение $XA = B$

$$X \begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 14 \\ 8 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

4. Решить систему линейных алгебраических уравнений:

а) методом Крамера; б) методом Гаусса

$$\begin{cases} 3x - 3y + 4z = -13 \\ 2x - 5y + 2z = -9 \\ 6x + y - z = 17 \end{cases}$$

5. Найти общее решение системы и фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} x + 3y - 2z = 0 \\ 2x - 4y + 5z = 0 \\ 4x + 2y + z = 0 \end{cases}$$

Тема 2. Элементы матричного анализа. Аналитическая геометрия.

Вариант 1

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 1; -1\}$, $\vec{b} = \{2; 3; -1\}$, $\vec{c} = \{-3; 2; 3\}$, $\vec{x} = \{0; 6; 1\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

а) площадь основания ABC

- б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(1,1,1); B(2,2,2); C(2,3,4); D(2,4,7)$

Вариант 2

1. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -3; 1\}$, $\vec{b} = \{1; 1; 2\}$, $\vec{c} = \{2; -1; 4\}$, $\vec{x} = \{6; -3; 7\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.
 2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 - а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(1,2,3); B(2,3,1); C(2,4,6); D(4,7,6)$

Вариант 3

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1, -1, 2\}$ и $\vec{b} = \{2, -2, 1\}$. Найти проекцию $c = 3\vec{a} + \vec{b}$ на направление вектора $\vec{b}$.
 2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 - а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(0,0,0); B(-1,4,7); C(0,2,8); D(1,-2,-1)$

Вариант 4

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -1; -2\}$, $\vec{b} = \{2; 1; 3\}$, $\vec{c} = \{3; 1; -1\}$, $\vec{x} = \{6; 1; 0\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(0,1,-1)$; $B(1,2,-2)$; $C(1,0,0)$; $D(-1,2,0)$

Вариант 5

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1; 1; -3\}$, $\vec{b} = \{3; 3; -2\}$, $\vec{c} = \{-2; -4; 1\}$, $\vec{x} = \{2; 0; -4\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(7,2,4)$; $B(7,-1,-2)$; $C(3,3,1)$; $D(-4,2,1)$

Вариант 6

1. При каких значениях α и β векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + 3\vec{j} + \alpha\vec{k}$ и $\vec{b} = \beta\vec{i} - 6\vec{j} + 2\vec{k}$ коллинеарны?

2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:

- а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- $A(0,0,0)$; $B(1,1,1)$; $C(1,2,3)$; $D(1,3,6)$

Вариант 7

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -1; 4\}$, $\vec{b} = \{2; -2; 3\}$, $\vec{c} = \{1; 4; -2\}$, $\vec{x} = \{4; 1; 5\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.
2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 - а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC $A(0,0,0); B(1,2,3); C(1,1,-2); D(3,5,3)$

Вариант 8

1. Даны векторы $\vec{a} = \{1; -2; 2\}$, $\vec{b} = \{3; 1; -1\}$, $\vec{c} = \{4; -1; 2\}$, $\vec{x} = \{8; -2; 3\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.
2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 - а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD
 - ж) объем тетраэдра ABCD
 - з) величину плоского угла при вершине C плоскости BCD
 - и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC $A(0,1,2); B(1,2,3); C(1,3,5); D(1,4,8)$

Вариант 9

1. Даны векторы $\vec{a} = \{3; -1; 2\}$, $\vec{b} = \{4; 3; 1\}$, $\vec{c} = \{-2; 2; 0\}$, $\vec{x} = \{5; 4; 3\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.
2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
 - а) площадь основания ABC
 - б) уравнение высоты тетраэдра DK
 - в) уравнение прямой, проходящей через точку C параллельно высоте DK
 - г) расстояние от точки C до грани ABD
 - д) уравнение плоскости, проходящей через точки B и C перпендикулярно плоскости ABC
 - е) длину ребра BD

- ж) объем тетраэдра ABCD
 з) величину плоского угла при вершине С плоскости BCD
 и) величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
 A(1,1,-1); B(2,3,2); C(2,2,-3); D(4,6,2)

Вариант 10

1. Даны векторы $\vec{a} = \{4; 2; 1\}$, $\vec{b} = \{-3; -1; 2\}$, $\vec{c} = \{2; 2; -1\}$, $\vec{x} = \{3; 3; 2\}$. Доказать, что векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ образуют базис в пространстве. Найти координаты вектора $\vec{x}$ в этом базисе.
2. Даны координаты вершин тетраэдра ABCD. Найти:
- площадь основания ABC
 - уравнение высоты тетраэдра DK
 - уравнение прямой, проходящей через точку С параллельно высоте DK
 - расстояние от точки С до грани ABD
 - уравнение плоскости, проходящей через точки В и С перпендикулярно плоскости ABC
 - длину ребра BD
 - объем тетраэдра ABCD
 - величину плоского угла при вершине С плоскости BCD
 - величину угла между ребром CD и плоскостью основания ABC
- A(1,-1,0); B(0,3,7); C(1,1,8); D(2,-3,-1)

Второй семестр

Тема 1. Предел и непрерывность функции.

Вариант 1

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{2x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2+2x}{3x^2+1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2-7x+12}{x^3-2x^2-9x+4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-3}-1}{x-2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1-\cos x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x-1}\right)^{\frac{x^2+1}{x}}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \ln(1 + \sqrt{x^2 \operatorname{tg} x})$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ \operatorname{tg} x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{3} \\ \sqrt{3}, & \text{если } x > \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

Вариант 2

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x+1}{\sqrt[3]{x \sin \frac{\pi}{x}}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3-27}{x^2-8x+15}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^3+3x^2-1}{2x^4+25}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x^2-12}-2}{\sqrt{x^2-7}-3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos^3 x}{\sin^2 x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x+2}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 2x$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x^2 + 1, & \text{если } x < 0 \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 3

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{x^2+1}}{4x+2}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4+2x^3+x-4}{\frac{x^2-4x+3}{x^3+2x-3}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2-4x+3}{2x^2-4x+12}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-\sqrt{x^2-3}}{x^2-4}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^2 \sin x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x+4}{3x-1} \right)^{2x-1}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 3x$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x + 3, & \text{если } x < 0 \\ x, & \text{если } 0 \leq x < \pi \\ -1, & \text{если } x > \pi \end{cases}$$

Вариант 4

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1+\cos \frac{\pi}{x}}{\operatorname{tg} \frac{\pi}{x}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^4+x^3-3}{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3+4x^2-5}{x}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{7x^2+4x-1}{8x^2+2x+1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-\cos 4x}{1-\cos 8x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+3}{x-2} \right)^{\frac{x^2-1}{3x}}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \sqrt{x^2 + 1} - 1$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ x^2 + 3x - 1, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 2, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Вариант 5

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{4x^2 - \sin \frac{\pi x}{2}}{\cos \frac{\pi x}{3}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 2x - 8}{x^2 - 4}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{2x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 - 8} - 1}{\sqrt{x^2 - 5} - 2}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{x \sin 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+2}{x+1} \right)^{2x-1}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos x$
- III. Исследовать на непрерывность:
- $$y = \begin{cases} x - 1, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 1, & \text{если } x > 1 \end{cases}$$

Вариант 6

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{x + \sin x}{1 - \operatorname{tg}^2 x}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^4 - x^3 - 40}{x^2 + 3x - 1}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4}{2x^3 + x^2 - 2}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{1 - \sqrt{x} - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin 4x}{\operatorname{tg} x - \sin x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+3}{2x+1} \right)^{3x+1}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \cos x - \cos^2 x$
- III. Исследовать на непрерывность:
- $$y = \begin{cases} -x, & \text{если } x < 0 \\ x^2, & \text{если } 0 \leq x < 1 \\ 3, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

Вариант 7

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 1} + \sin \pi x}{3 \operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 - 4x + 2}{6x^2 + 2x - 4}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x-2}{\sqrt[3]{26+x-3} - 1 + x \sin x - \cos 2x}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x}{1 + x \sin x - \cos 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x^2}{2-x^2} \right)^{5x^2+1}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = 1 - \cos 2x + \operatorname{tg}^2 x$
- III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ \sin x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 2, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 8

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x + 1}{\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{6} + x) + 1}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x - 6}{5x^2 + 2x - 7}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^3}{5x + 1} \right)$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x - 25}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \operatorname{tg} 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{x+4}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = x \sin \frac{x}{2}$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 1, & \text{если } x < 0 \\ \cos x, & \text{если } 0 \leq x < \frac{\pi}{2} \\ 1 + x, & \text{если } x \geq \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Вариант 9

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x+1}{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{4}}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 - 2x^3 + x - 2}{x^3 - x}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x^2 - 1}{x^2 - 2x + 3}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x^2 - 1}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\cos 2x - 1)x}{\sin^3 x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{x}{2} \right)^{\frac{1}{2x}}$$

II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = \ln(1 + \sqrt[3]{x^2})$

III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} x, & \text{если } x < 0 \\ \cos x^2, & \text{если } 0 \leq x < \pi \\ -x, & \text{если } x \geq \pi \end{cases}$$

Вариант 10

I. Найти пределы:

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \frac{\pi x}{4}}{\operatorname{arctg}(\sqrt{3}x)}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 - 4}{2x^3 - 3x + 10}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{x} + 2 + 1}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{\sqrt{x^2 + 8} - 3}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - 1}{\operatorname{tg}^2 2x}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 2}{x + 4} \right)^{\frac{x^3 + 1}{x}}$$

- II. Определите порядок бесконечно малой при $x \rightarrow 0$ относительно x : $y = x \sin 3x$
 III. Исследовать на непрерывность:

$$y = \begin{cases} 0, & \text{если } x < 0 \\ 2 \sin x, & \text{если } 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \\ -\frac{\pi + 4}{2}, & \text{если } x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Тема 2. Дифференциальное исчисление.

Вариант 1

1. Найти производные функций:

а) $x^5 \cdot \ln x$

б) $\frac{x-1}{x+1} e^{-x}$

в) $\arctg \sqrt{x} - \sqrt{x}$

г) $(3^{\sin 2x} - \cos^2 2x)^{-3}$

д) $x \sin y - y \cos x = 0$

е) $\begin{cases} y = 2 \sin t \\ x = 3 \cos t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x}{4 + x^2}$$

Вариант 2

1. Найти производные функций:

а) $\frac{4\sqrt{x^7}}{\ln x}$

б) $\cos(x^3)$

в) $\arcsin x + \sqrt{1 - x^2}$

г) $(2^{\arctg x} + \ln(1 + x^2))^4$

д) $y \sin x + \cos(x - y) = \cos y$

е) $\begin{cases} y = e^t \\ x = \ln t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2$$

Вариант 3

1. Найти производные функций:

а) $\frac{\sqrt[4]{x^3}}{\sqrt[3]{e^x}}$

б) $\arcsin \frac{1}{x}$

в) $\arctg \frac{2x+1}{2x-1}$

г) $(3^{\cos 3x} + \sin^2 3x)^2$

д) $\sin x - \arctg(xy) = 0$

е) $\begin{cases} y = \ln t \\ x = \sin t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x}{(x-1)^2}$$

Вариант 4

1. Найти производные функций:

а) $\sqrt[3]{(1-x)^2}$

б) $(e^{\sin x} - 1)^2$

в) $(4^{\lg x} + \sqrt{x})^3$

г) $\arcsin \sqrt{1-4x^2}$

д) $xy + \ln y - 2 \ln x = 0$

е) $\begin{cases} y = \cos^2 t \\ x = 2 \sin t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3 + 16}{x}$$

Вариант 5

1. Найти производные функций:

а) $\lg 3x$

б) $e^{-\cos 5x}$

в) $\ln \left(\arcsin \frac{2}{\sqrt{x}} \right)$

г) $(4^{\arcsin 2x} - \sqrt{1-4x^2})^3$

д) $(x+y)^2 - (x-2y)^3 = 0$

е) $\begin{cases} y = \arcsin t \\ x = \arccos t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3 - 1}{4x^2}$$

Вариант 6

1. Найти производные функций:

a) $\frac{1-x}{2^{1+x}}$

б) $\frac{2x-3}{\sqrt{x^2+4x}}$

в) $\ln(\sin 6x)$

г) $(3^{\arctg 2x} - \ln(1+x^2))^4$

д) $\cos(xy) = \frac{y}{x}$

е) $\begin{cases} |y = 1| \\ |x = e^t| \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^3}{2(x+1)^2}$$

Вариант 7

1. Найти производные функций:

a) $\frac{\sin 3x}{3\cos 5x}$

б) $e^{\arctg \sqrt{x-1}}$

в) $\lg(\ln \sqrt{x})$

г) $(2^{\arcsin x} + \arccos x)^4$

д) $\cos(x-y) - 2x + 2y = 0$

е) $\begin{cases} y = \sin t \\ x = \lg t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$$

Вариант 8

1. Найти производные функций:

a) $\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt{e^{5x}}}$

б) $\ln(\operatorname{ctg} 4x)$

в) $(5^{\lg 2x} - x^2)^3$

г) $\arctg^2 \sqrt{2x-1}$

д) $e^x - x^2 - e^y = 0$

е) $\begin{cases} |x = t^2 + 1 \\ |y = 2t^2 - 1 \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

Вариант 9

1. Найти производные функций:

а) $\frac{3x - 8}{\sqrt{x^2 + 3x - 8}}$

б) $\frac{2tgx}{\cos x}$

в) $e^{\arcsin \sqrt{1-x}}$

г) $(2^{\cos^2 x} + \sin^2 x)^2$

д) $e^{x+y} = \sin \frac{y}{x}$

е) $\begin{cases} |y = e^t + e^{-t} \\ |x = e^t - e^{-t} \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \left(\frac{x+2}{x-1} \right)^2$$

Вариант 10

1. Найти производные функций:

а) $tg \left(x + \frac{1}{\sqrt{x}} \right)$

б) $x^2 e^{-\frac{1}{x}}$

в) $x \cdot \arctg^3 x$

г) $(3^{ctg^2 x} + \ln x \sin x)^3$

д) $y \ln x - x \ln y = x + y$

е) $\begin{cases} y = 2 \cos t \\ x = 3 \cos t \end{cases}$

2. Построить график функции

$$y = \frac{2}{x^2 + x + 1}$$

Тема 3. Интегральное исчисление.

Вариант 1

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^8}}$

2. $\int \frac{x-1}{x^2+x+1} dx$

3. $\int x^2 \cos 3x dx$

4. $\int \frac{(e^x+1)e^x}{e^{2x}-4} dx$

5. $\int \cos^4 x \cdot \sin^5 x dx$

Вариант 2

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int e^{3\sin^2 x} \cdot \sin 2x dx$

2. $\int \cos(\ln x) dx$

3. $\int \frac{x-2}{9x^2+4x+1} dx$

4. $\int \sin x \cdot \sin 5x dx$

5. $\int \frac{dx}{(\arcsin x)^3} \cdot \sqrt{1-x^2}$

Вариант 3

Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \cos^3 x \sqrt{\sin x} dx$

2. $\int \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x^3}} dx$

3. $\int \frac{2x-1}{3x^2-3x+2} dx$

4. $\int \operatorname{ctg}^3 3x dx$

$$5. \int \frac{2^{\arctg 2x}}{1+4x^2} dx$$

Вариант 4

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos^2 x + 2}}$$

$$2. \int \frac{x+1}{2x^2-3x+2} dx$$

$$3. \int x \cdot \ln^2 x dx$$

$$4. \int \frac{x \sqrt{1-x}}{\sqrt{x-1}+1} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{x \sqrt{1-\ln^2 x}}$$

Вариант 5

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{e^x dx}{e^x + e^{-x}}$$

$$2. \int \frac{x+3}{x^2+2x+4} dx$$

$$3. \int \sin(\ln x) dx$$

$$4. \int \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} dx$$

$$5. \int \frac{\operatorname{tg}^4 x}{\cos^4 x} dx$$

Вариант 6

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{3x-1}{2x^2+2x+1} dx$$

$$2. \int x^2 \cdot \sqrt[3]{1+x} dx$$

$$3. \int x^2 \sin 5x dx$$

$$4. \int \frac{dx}{2\sin x + \cos x + 2}$$

$$5. \int \sin^7 x dx$$

Вариант 7

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{2^{3\operatorname{arctg} 2x}}{1+4x^2} dx$$

$$2. \int \frac{3-x}{3-2x-x^2} dx$$

$$3. \int (x^2 - 1) \cdot e^{-x} dx$$

$$4. \int \sin^3 x \cdot \cos^2 x dx$$

$$5. \int \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 2x} dx$$

Вариант 8

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\ln^2 x + 3}{x \ln x} dx$$

$$2. \int \frac{3x+2}{x^2+5x+7} dx$$

$$3. \int e^{2x} \cos 4x dx$$

$$4. \int \frac{e^{\frac{x}{2}} + 2}{e^x + 4e^{\frac{x}{2}} + 1} dx$$

$$5. \int \sin^4 \frac{x}{2} dx$$

Вариант 9

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2) \cdot \arcsin x}} dx$$

$$2. \int (x^2 + 1) \cdot 3^x dx$$

$$3. \int \frac{x+3}{x^2 - 2x + 2} dx$$

$$4. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}$$

$$5. \int \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

Вариант 10

Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{\sqrt[3]{4 + \ln x}}{x} dx$$

$$2. \int \frac{5x + 4}{x^2 - 2x + 5} dx$$

$$3. \int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$4. \int \sin^2 x \cdot \cos 2x dx$$

$$5. \int \frac{\cos\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} dx$$

Третий семестр

Тема 1. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Вариант 1

$$1. \text{ Найти полный дифференциал функции } z = \cos \frac{x-y^2}{x^2-y}$$

$$2. \text{ Для функции } z = u^{\sin v}, \text{ где } u = \arccos \sqrt{xy}, v = \arcsin(x-y), \text{ найти частные производные } \frac{\partial z}{\partial x} \text{ и } \frac{\partial z}{\partial y}$$

$$3. \text{ Вычислить приближенно } \arctg \frac{7,02}{6,97}$$

$$4. \text{ Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию}$$

$$z = -x^2 + xy - y^2 - 9y + 6x - 35$$

Вариант 2

1. Найти полный дифференциал функции $z = (5x^2y - y^3 + 7)^3$.
2. Для функции $z = 3u^2 \operatorname{arctg} v$, где $u = \frac{x}{y}$, $v = xy$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\operatorname{arctg} \frac{1,02}{0,95}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 6x^2 - 7xy + 2y^2 - 3y + 6x$$

Вариант 3

1. Найти полный дифференциал функции $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}$.
2. Для функции $z = \ln(u^2 + v^2)$, где $u = x \cos y$, $v = y \sin x$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $1,04^{2,03}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 4x^2 - 5xy + 3y^2 - 8y - 9x$$

Вариант 4

1. Найти полный дифференциал функции $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.
2. Для функции $z = u^3 + v^3$, где $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{(0,04)^2 + (3,01)^2}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = 2x^3 - 36xy + 2y^3 + 10$$

Вариант 5

1. Найти полный дифференциал функции $z = x\sqrt{y} + \frac{y}{\sqrt[3]{x}}$.
2. Для функции $z = \cos uv$, где $u = xe^y$, $v = y \ln x$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\ln(0,09^3 + 0,99^3)$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = x^2 + xy + y^2 - 3y - 2x + 5\frac{2}{3}$$

Вариант 6

1. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x}{y^3} + \frac{y}{x^3} - \frac{1}{6x^2y}$.
2. Для функции $z = \sqrt{u^2 + v^2}$, где $u = x^y$, $v = x \ln y$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $1,07^{3,97}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = -x^2 + xy - y^2 + 3y - 9x - 20$$

Вариант 7

1. Найти полный дифференциал функции $z = \frac{x^2 - 2xy}{y^2 + 2xy + 1}$.
2. Для функции $z = e^{u^2 + v^2}$, где $u = xy$, $v = \frac{x}{y}$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.
3. Вычислить приближенно $\sqrt{5e^{0,02} + 2,03^2}$.
4. Найти стационарные точки и исследовать на экстремум функцию
$$z = x^2 - xy + y^2 + 5y - 2x$$

Тема 2. Ряды.

Вариант 1.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{n^3+n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n+2}{2n-1} \right)^{\frac{n}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{3^n}$$

Вариант 2.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \operatorname{tg} \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+5}{n^2-2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{n} \right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{5^n}$$

Вариант 3.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \operatorname{arctg} \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^2+3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n-2}{2n+1} \right)^{3n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$$

Вариант 4.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-2}{3n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{\sqrt{n^3+3n-1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-1}{5n+2} \right)^{3n-2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n}$$

Вариант 5.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{2n-3}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+1}{n^2}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^{n-1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!}$$

Вариант 6.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n+1}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{\sqrt{n^6+n^4+3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{n+5}\right)^{3n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2 5^n}$$

Вариант 7.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2-n}{\sqrt{n^3+2n^2-n+9}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{n!}$$

Вариант 8.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^3 \arcsin \frac{1}{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{\sqrt{n^2+2n-1}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-2}{3n+1}\right)^{\frac{n}{2}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{n!}$$

Вариант 9.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} n^2 \ln \left(1 + \frac{1}{n}\right)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5}{\sqrt{n^4-2n^2+3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n!)^2}{(2n)!}$$

Вариант 10.

Исследовать числовые ряды на сходимость.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{3}{n}\right)^n$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\sin \frac{1}{n^2}\right)^2$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(2 + \frac{3}{n-2}\right)^{\frac{n}{3}}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n}$$

Контролируемые компетенции: ОПК-1.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к экзамену

1 семестр

1. Матрицы и линейные операции над ними. Свойства операций.
2. Матрицы и умножение матриц.
3. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
4. Определители n-го порядка. Свойства определителей.
5. Теорема Лапласа (о значении определителя).
6. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
1. Обратная матрица и ее свойства.
2. Матричные уравнения.
3. Расстояние между двумя точками.
4. Координаты точки делящей отрезок в данном отношении λ .
5. Прямоугольная система координат. Уравнение линии на плоскости.
6. Полярные координаты. Уравнение линии в полярных координатах.
7. Связь между прямоугольной и полярной системой координат.
8. Параметрические уравнения линии.
9. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
10. Общее уравнение прямой. Теорема об уравнении определяющем прямую на плоскости.
11. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой параллельной оси абсцисс (ординат).
12. Уравнение прямой в отрезках.

13. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
14. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
15. Метод Жордана-Гаусса для решения СЛАУ.
16. Ранг матрицы. Его свойства.
17. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).
18. Алгоритм решения произвольной СЛАУ.
19. Система линейных однородных уравнений (СЛОУ). Теорема о ненулевом решении СЛОУ.
20. Фундаментальная система решений СЛОУ. Ее свойства.
21. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
22. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
23. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
24. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
25. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
26. Векторное произведение векторов. Его свойства.
27. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
28. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
29. Линейная зависимость векторов на плоскости.
30. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
31. Размерность и базис линейного пространства.
32. Переход к новому базису.
33. Линейные операторы. Теорема о матрице линейного оператора.
34. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
35. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
36. Общее уравнение прямой.
37. Уравнение прямой в отрезках.
38. Уравнение прямой проходящей через данную точку в данном направлении.
39. Угол между прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
40. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
41. Уравнение прямой в полярных координатах. Нормальное уравнение прямой. Нормирующий множитель.
42. Расстояние от точки до прямой.
43. Уравнение прямой проходящей через две различные точки.
44. Уравнение плоскости проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору.
45. Общее уравнение плоскости.
46. Неполные уравнения плоскости.
47. Уравнение плоскости в отрезках.
48. Расстояние от точки до плоскости.
49. Угол между плоскостями. Условия перпендикулярности, параллельности и совпадения плоскостей.
50. Общие уравнения прямой в пространстве.
51. Канонические уравнения прямой в пространстве.
52. Параметрические уравнения прямой в пространстве.
53. Угол между прямыми в пространстве. Условия перпендикулярности, параллельности и совпадения прямых.
54. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
55. Уравнение прямой проходящей через две различные данные точки.
56. Уравнение плоскости проходящей через три различные данные точки.

2 семестр

1. Предел числовой последовательности. Свойства пределов.
2. Число e . Второй замечательный предел.
3. Предел функции в точке и в бесконечности.
4. Бесконечно малые функции и их свойства.
5. Бесконечно большие величины. Связь бесконечно больших и бесконечно малых функций.
6. Основные теоремы о пределах.
7. Первый замечательный предел.
8. Сравнение бесконечно малых функций.
9. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций.
10. Классификация точек разрыва функции.
11. Свойство функций непрерывных на сегменте.
12. Механический и геометрический смысл производной.
13. Понятие производной. Свойство дифференцируемой функции.
14. Вывод общих правил дифференцирования (произведения, частного, сложной и обратной функций).
15. Производные элементарных функций. Таблица производных.
16. Дифференциал функции. Геометрический смысл дифференциала.
17. Дифференциал сложной функции, его инвариантность. Применение дифференциала для приближенных вычислений. Пример.
18. Производные высших порядков. Физический смысл второй производной.
19. Дифференциалы высших порядков.
20. Параметрическое задание функции и ее дифференцирование.
21. Теорема Ферма о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
22. Теорема Ролля о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
23. Теорема Лагранжа о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
24. Теорема Коши о свойстве дифференцируемых функций. Ее геометрический смысл.
25. Правило Лопиталя для раскрытия неопределенности при вычислении пределов.
26. Возрастание и убывание функции.
27. Свойство производной для дифференцируемой и неубывающей (невозрастающей) функции в интервале.
28. Максимум и минимум функции. Необходимое условие экстремума. Достаточное условие экстремума.
29. Исследование функции на экстремум с помощью второй производной.
30. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
31. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
32. Первообразная и неопределенный интеграл функции, их свойства.
33. Таблица интегралов основных элементарных функций.
34. Определение определенного интеграла функции и его основные свойства (аддитивность по интегрируемой функции и по отрезку интегрирования, линейность, о среднем значении).
35. Формула Ньютона-Лейбница.
36. Замена переменной в неопределенном и в определенном интегралах.
37. Формула интегрирования по частям.
38. Интегрирование рациональных функций.

39. Интегрирование простейших иррациональных функций.
40. Интегрирование тригонометрических функций.
41. Основные методы вычисления определённого интеграла.
42. Несобственные интегралы.
43. Приложения определённого интеграла: вычисление площадей областей, длин кривых и объёмов тел.

3 семестр

1. Ряд геометрической прогрессии.
2. Необходимый признак сходимости числового ряда.
3. Гармонический ряд.
4. Признаки сравнения сходимости знакопостоянных рядов.
5. Признак Даламбера сходимости знакопостоянных рядов.
6. Радикальный признак Коши сходимости знакопостоянных рядов.
7. Интегральный признак Коши сходимости знакопостоянных рядов.
8. Обобщенный гармонический ряд.
9. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.
10. Общий достаточный признак сходимости знакопеременных рядов.
11. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
12. Функциональные ряды. Сходимость степенных рядов.
13. Теорема Н. Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
14. Ряды Тейлора и Маклорена.
15. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Тейлора (Маклорена).
16. Приближённое вычисление значений функций.
17. Приближённое вычисление определённых интегралов.
18. Функции нескольких переменных.
19. Предел и непрерывность функции.
20. Частные производные и полный дифференциал.
21. Частные производные.
22. Дифференциалы высших порядков.
23. Экстремумы функций двух переменных.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

[illegible]

