

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Богдалова Елена Владимировна
Должность: Проректор по образовательной деятельности
Дата подписания: 23.05.2025 11:37:45
Уникальный программный ключ:
ec85dd5a839619d48ea76b2d23dba88a9c82091a

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ**
**Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение инклюзивного высшего образования**
**«Российский государственный
университет социальных технологий»
(ФГБОУ ИВО «РГУ СоцТех»)**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Б1.О.18 Тестирование и качество программного обеспечения
наименование дисциплины

09.03.04 «Программная инженерия»
шифр и наименование направления подготовки

Управление разработкой программных проектов
направленность (профиль)

Москва 2025

Содержание

1. Паспорт фонда оценочных средств.....
2. Перечень оценочных средств.....
3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций.....
Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.....

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине «Тестирование и качество программного обеспечения»

Оценочные средства составляются в соответствии с рабочей программой дисциплины и представляют собой совокупность контрольно-измерительных материалов (типовые задачи (задания), контрольные работы, тесты и др.), предназначенных для измерения уровня достижения обучающимися установленных результатов обучения.

Оценочные средства используются при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации.

Таблица 1 - Перечень компетенций, формируемых в процессе освоения дисциплины

Код компетенции	Наименование результата обучения
ОПК-6. Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов	ОПК-6.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий. ОПК-6.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ. ОПК-6.3. Имеет навыки программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.

Конечными результатами освоения дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках контактной работы, включающей различные виды занятий и самостоятельной работы, с применением различных форм и методов обучения (табл.2).

Таблица 2 - Формирование компетенций в процессе изучения дисциплины:

Код компетенции	Уровень освоения компетенций	Индикаторы достижения компетенций	Вид учебных занятий ¹ , работы, формы и методы обучения, способствующие формированию и развитию компетенций ²	Контролируемые разделы и темы дисциплины ³	Оценочные средства, используемые для оценки уровня сформированности компетенции ⁴
ОПК-6		<i>Знает</i>			
	Недостаточный уровень	ОПК-6. Студент не способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического использования, применять основы информатики и программирования к проектированию, конструированию и тестированию программных продуктов	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

¹ Лекционные занятия, практические занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа...

² Необходимо указать активные и интерактивные методы обучения (например, интерактивная лекция, работа в малых группах, методы мозгового штурма и т.д.), способствующие развитию у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств.

³ Наименование темы (раздела) берется из рабочей программы дисциплины.

⁴ Оценочное средство должно выбираться с учетом запланированных результатов освоения дисциплины, например:

«Знать» – собеседование, коллоквиум, тест...

«Уметь», «Владеть» – индивидуальный или групповой проект, кейс-задача, деловая (ролевая)

игра, портфолио...

	Базовый уровень	ОПК-6.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	Средний уровень	ОПК-6.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	Высокий уровень	ОПК-6.1. Знает основные языки программирования и работы с базами данных, операционные системы и оболочки, современные программные среды разработки информационных систем и технологий.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
		<i>Умеет</i>			

	Базовый уровень	ОПК-6.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	Средний уровень	ОПК-6.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.

	Высокий уровень	ОПК-6.2. Умеет применять языки программирования и работы с базами данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
		<i>Владеет</i>			
	Базовый уровень	ОПК-6.3. Имеет навыки программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1. Задачи линейного программирования 2. Теория двойственности. 3. Транспортная задача. 4. Выпуклое программирование. 5. Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	Средний уровень	ОПК-6.3. Имеет навыки программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	Лекционные и практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	1 Задачи линейного программирования 2 Теория двойственности. 3 Транспортная задача. 4 Выпуклое программирование. 5 Численные методы оптимизации.	Текущий контроль – опрос, разноуровневые задания.
	Высокий	ОПК-6.3. Имеет навыки	Лекционные и	1 Задачи линейного	Текущий контроль –

	уровень	программирования, отладки и тестирования прототипов программно-технических комплексов задач.	практические занятия, работа в малых группах, интерактивная лекция, дискуссия, самостоятельная работа обучающихся, подготовка и сдача промежуточной аттестации.	программирования 2 Теория двойственности. 3 Транспортная задача. 4 Выпуклое программирование. 5 Численные методы оптимизации.	опрос, разноуровневые задания.
--	---------	--	---	--	--------------------------------

2. ПЕРЕЧЕНЬ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ⁵

Таблица 3

№	Наименование оценочного средства	Характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в ФОС
1.	Опрос	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Решение разноуровневых задач (заданий)	Различают задачи и задания: а) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала (базовые понятия, алгоритмы, факты) и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины; б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать фактический и теоретический материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей; в) творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения.	Комплект разноуровневых задач (заданий)
3.	Экзамен	Средство, позволяющее оценить знания, умения, навыки обучающегося по учебной дисциплине и определить уровень освоения компетенций.	Вопросы к экзамену

⁵ Указываются оценочные средства, применяемые в ходе реализации рабочей программы данной дисциплины.

4. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Оценивание результатов обучения по дисциплине «Математика» осуществляется в соответствии с Положением о текущем контроле успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

Предусмотрены следующие виды контроля: текущий контроль (осуществление контроля всех видов аудиторной и внеаудиторной деятельности обучающегося с целью получения первичной информации о ходе усвоения отдельных элементов содержания дисциплины) и промежуточная аттестация (оценивается уровень и качество подготовки по дисциплине в целом).

Показатели и критерии оценивания компетенций, формируемых в процессе освоения данной дисциплины, описаны в табл. 4.

Таблица 4.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Критерии оценивания результатов обучения
ОПК-1		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	ОПК-1.1.	Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	ОПК-1.1.	Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.
	Средний уровень Оценка «хорошо».	ОПК-1.1.	Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.
	Высокий уровень Оценка «отлично».	ОПК-1.1.	Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.
		Умеет	
	Базовый уровень	ОПК-1.2.	Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.
	Средний уровень	ОПК-1.2.	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.
	Высокий уровень	ОПК-1.2.	Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.
		Владеет	
	Базовый уровень	ОПК-1.3.	Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.
	Средний уровень	ОПК-1.3.	Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные

			<i>затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-1.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>
<i>ОПК-3</i>		Знает	
	Недостаточный уровень Оценка «неудовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Не знает значительной части материала курса, не способен самостоятельно выделять главные положения в изученном материале дисциплины.</i>
	Базовый уровень Оценка «удовлетворительно».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения в его применении.</i>
	Средний уровень Оценка «хорошо».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Знает основную часть материала курса, способен применить изученный материал на практике, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень Оценка «отлично».	<i>ОПК-3.1.</i>	<i>Показывает глубокое знание и понимание материала, способен применить изученный материал на практике.</i>
		Умеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет воспроизвести не менее 50 % основного материала курса, однако испытывает затруднения при решении практических задач.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.2.</i>	<i>Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением полученных знаний, показывает глубокое знание и понимание материала, способен решить задачу при изменении формулировки.</i>
		Владеет	
	Базовый уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет основными навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и</i>

			<i>математического анализа. Имеет несистематизированные знания основных разделов дисциплины.</i>
	Средний уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Студент владеет знаниями всего изученного материала, владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа. Испытывает незначительные затруднения в решении задач.</i>
	Высокий уровень	<i>ОПК-3.3.</i>	<i>Свободно владеет навыками теоретического и практического применения методов аналитической геометрии, линейной алгебры и математического анализа, показывает глубокое знание и понимание изученного материала. Студент владеет концептуально-понятийным аппаратом, научным языком и терминологией профессиональной деятельности.</i>

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения

Задания в форме опроса:

Опрос используется для текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине в качестве проверки результатов освоения материала. Каждому студенту выдается свой собственный, узко сформулированный вопрос. Ответ должен быть четким и кратким, содержащим все основные характеристики описываемого понятия. В своем ответе студент должен показать умения прослеживать причинно-следственные связи и навыки рассуждений и доказательства.

Задания в форме практических работ. Разноуровневые задачи

Практическая работа представляет собой контрольное мероприятие по учебному материалу каждой темы (раздела) дисциплины, состоящее в индивидуальном выполнении обучающимся практических заданий для оценки полученных знаний, умений и владений компетенциями, формируемыми по данной дисциплине.

Выполнение практических работ является средством текущего контроля успеваемости обучающихся по дисциплине и может включать в себя следующие типы заданий: задания типового вида и задания творческого характера, по результатам выполнения практических заданий обучающие оформляют отчеты, содержащие анализ полученных результатов и выводы.

5. Материалы для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации

Задания в форме опроса

Тема 1. Задачи линейного программирования

- 1) Цель и задачи курса.
- 2) Постановка и классификация задач линейного программирования.
- 3) Начальное опорное решение.
- 4) Свойства решения ЗЛП и области допустимых решений.
- 5) Алгоритм симплекс-метода для решения ЗЛП.

Тема 2. Теория двойственности.

- 1) Экономическая интерпретация двойственной задачи на примере задачи об использовании ресурсов при производстве продукции.
- 2) Алгоритм составления задачи, двойственной по отношению к исходной.
- 3) Основное неравенство теории двойственности.
- 4) Первая и вторая теоремы двойственности.

Тема 3. Транспортная задача.

- 1) Постановка транспортной задачи (ТЗ).
- 2) Условие существования решения ТЗ.

- 3) Опорное решение.
- 4) Структура матрицы ограничений ТЗ.
- 5) Теорема о ранге.
- 6) Критерии оптимальности базисного распределения поставок.
- 7) Циклы.

Тема 4. Выпуклое программирование.

- 1) Особенности задачи выпуклого программирования (ВП).
- 2) Выпуклые функции.
- 3) Безусловная оптимизация.
- 4) Условная оптимизация.
- 5) Функция Лагранжа и седловые точки.
- 6) Приближенное решение задач выпуклого программирования.
- 7) Теорема Куна-Таккера.

Тема 5. Численные методы оптимизации.

- 1) Методы поиска локального экстремума функций нескольких переменных.
- 2) Принципы построения численных методов поиска безусловного экстремума.
- 3) Приближенные решения.
- 4) Скорость сходимости.
- 5) Метод квадратичной интерполяции.
- 6) Метод Ньютона.
- 7) Численные методы поиска условного экстремума.
- 8) Метод барьерных функций.

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы для промежуточного контроля.

1. Сформулируйте классическую задачу оптимизации с n переменными.
2. Какой вид имеет производственная функция в: (а) линейной; (б) нелинейной задаче оптимизации?
3. Что называют локальным экстремумом функции n переменных, заданной в некоторой области?
4. Что называют глобальным экстремумом функции n переменных в некоторой области D ?
5. Как построить линию уровня производственной функции?
6. Что называется поверхностью уровня данной функции?
7. Как определяются стационарные точки функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
8. Для чего используется знак второго дифференциала $d^2F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
9. Сформулируйте достаточные условия экстремума функции двух переменных $F(x_1, x_2)$.
10. Что называется условным экстремумом функции $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$?
11. Что называется оптимальным решением линейной задачи оптимизации?
12. Как построить область допустимых решений в линейной задаче оптимизации?
13. Как определяется функция Лагранжа; в каких задачах она используется?

14. Что называют выпуклым множеством в n -мерном пространстве?
15. Что называют выпуклой линейной комбинацией точек n -мерного пространства?
16. Как определяются выпуклые и вогнутые функции n переменных?
17. Какой критерий используется для определения выпуклости функции n переменных?
18. Какой геометрический смысл имеет условие выпуклости функции одной и двух переменных?
19. Сформулируйте задачу выпуклого программирования.
20. При каких условиях задача выпуклого программирования имеет единственное решение?

Задачи линейного и выпуклого программирования.

Вариант №1

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Торговая организация планирует реализацию по двум товарным группам, по которым выделены фонды 800 тыс.руб. и 500 тыс.руб. Уровень транспортных издержек по этим товарам составляет 1% и 2% соответственно, уровень издержек, связанных с хранением товаров, – 2% и 1%, уровень прибыли – 3% и 2%. Предельно допустимые расходы, связанные с перевозкой и хранением товаров, равны 25 тыс.руб. и 29 тыс.руб. С учетом закупки товаров сверх выделенных фондов определить оптимальную структуру товарооборота, обеспечивающую организации максимальную прибыль.
2. Сформулировать условие, при котором точка X n -мерного пространства является выпуклой линейной комбинацией точек $X^{(1)}, X^{(2)}, \dots, X^{(k)}$.
3. Определить область допустимых решений двойственной задачи, если целевая функция исходной задачи не ограничена.
4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ x_1 - 4x_2 + x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант №2

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Предприятие выпускает три вида изделий. Месячная программа выпуска составляет: 2000 изделий первого вида, 1800 изделий второго вида и 1500 изделий третьего вида. Для выпуска изделий используются материалы, месячный расход которых не может превысить 61000 кг. В расчете на одно изделие первого вида расходуется 8 кг материала, второго вида – 10 кг, третьего вида – 11 кг. Оптовая цена одного вида изделия первого вида 70 у. е., второго и третьего соответственно 100 и 90 у. е. Определить оптимальный план выпуска изделий, обеспечивающий предприятию максимум выручки.
2. Найти оценку числа базисных допустимых решений задачи линейного программирования с n переменными, содержащей m ограничений.
3. Определить ранг системы ограничений транспортной задачи, содержащей 5 поставщиков и 10 потребителей.
4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ x_1 + 5x_2 - x_4 = 10. \end{cases}$$

Вариант №3

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион составляется из двух видов продуктов (P_1 и P_2), в каждый из которых входят питательные вещества A, B, C . Минимальное суточное потребление питательного вещества A равно 100 ед., вещества B – 80 ед., вещества C – 160 ед. Цена 1 единицы продукта P_1 составляет 0.2 у. е., 1 ед. продукта P_2 – 0.3 у. е. Количество питательного вещества каждого вида в 1 ед. продукта приведено в таблице.

Питательные вещества	Содержание питательного вещества в единице продукта, ед.	
	P_1	P_2
A	0.1	0.5
B	0.25	0.1
C	0.2	0.4

Определить оптимальный рацион питания, стоимость которого будет наименьшей.

2. Сформулировать критерий оптимальности решения в задаче максимизации целевой функции.

3. Определить условие, при котором оптимальное решение двойственной задачи является вырожденным.

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 + x_2 - x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант №4

1. Составить экономико-математическую модель задачи. Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит 70 у. е. и содержит 2 ед. жиров, 5 ед. белков, 2 ед. углеводов, 4 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 30 у. е. и содержит 4 ед. жиров, 3 ед. белков, 6 ед. углеводов, 3 ед. нитратов. Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий содержание жиров не менее 6 ед., белков не менее 10 ед., углеводов не менее 7 ед., нитратов не более 12 ед.

2. Определить условие, при котором общая задача линейного программирования имеет более одного оптимального решения.

3. Найти изменение оценки свободной клетки (i, j) в транспортной задаче, если к строке матрицы затрат добавляется положительный потенциал (+1).

4. Построить все базисные допустимые решения системы ограничений

$$\begin{cases} -4x_1 + x_2 + 2x_3 = 12, \\ 6x_1 + 5x_3 - x_4 = 30. \end{cases}$$

Итерационные методы.

Задание № 1.

Вычислить и напечатать таблицу трёх функций y, z, w .

Аргумент x меняется от x_0 до x_k с шагом h . Функция y задана сходящимся рядом, сумму которого надо считать до тех пор, пока его очередной член не станет по модулю меньше заданного малого положительного ϵ .

Рассмотреть задачу при нескольких различных ϵ .

Таблицу представить в следующем виде:

x	y	z	w
—	—	—	—
—	—	—	—
...	...	...	...
—	—	—	—

Выводить данные в таблице с помощью функций `cout.width()`, `cout.precision()`.

Варианты.

4.

1.

$$y = x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

$$y = 1 - \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} - \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \cos 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = 0, \quad x_k = \frac{\pi}{2}, \quad h = 0.05\pi.$$

2.

$$y = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \dots;$$

$$z = e^{-x};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -1, \quad x_k = 1, \quad h = 0.2.$$

5.

$$y = 2x + \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} + \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{sh} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

3.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3!} + \frac{2^5 x^5}{5!} - \frac{2^7 x^7}{7!} + \dots;$$

$$z = \sin 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -\frac{\pi}{4}, \quad x_k = \frac{\pi}{4}, \quad h = \frac{\pi}{20}.$$

6.

$$y = 1 + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{2^4 x^4}{4!} + \frac{2^6 x^6}{6!} + \dots;$$

$$z = \operatorname{ch} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

7.

$$y = -\left(2x + \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^4 x^4}{4} + \dots\right);$$

$$z = \ln(1 - 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

8.

$$y = 2x - \frac{2^2 x^2}{2} + \frac{2^3 x^3}{3} - \frac{2^4 x^4}{4} + \dots;$$

$$z = \ln(1 + 2x);$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

9.

$$y = x^2 + \frac{x^4}{2} + \frac{x^6}{3} + \frac{x^8}{4} + \dots;$$

$$z = \ln \frac{1}{1 - x^2};$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.5, \quad x_k = 0.5, \quad h = 0.1.$$

10.

$$y = 2x - \frac{2^3 x^3}{3} + \frac{2^5 x^5}{5} - \frac{2^7 x^7}{7} + \dots;$$

$$z = \operatorname{arctg} 2x;$$

$$w = y - z;$$

$$x_0 = -0.25, \quad x_k = 0.25, \quad h = 0.05.$$

Задание № 2.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$.

Применить методы:

- 1) общего поиска;
- 2) деления пополам;
- 3) золотого сечения;

Подсчитать число итераций, число вычислений функции $f(x)$ и сравнить результаты.

Задание № 3.

Найти точку минимума x^* функции $f(x)$ на отрезке $[a, b]$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ и минимальное значение $f(x^*)$ (выбрать начальное приближение на отрезке $[a, b]$) следующими методами:

- 1) Ньютона-Рафсона;
- 2) Квазиньютоновским (с аппроксимацией производной).

Подсчитать число итераций и число вычислений функции $f(x), f'(x), f''(x)$; сравнить результаты.

1. $f(x) = x^2 - 2x + e^{-x}, [1; 1,5]$
2. $f(x) = \operatorname{tg} x - 2 \sin x, [0; \pi/4]$
3. $f(x) = \sqrt{1+x^2} + e^{-2x}, [0; 1]$
4. $f(x) = x^4 + 4x^2 - 32x + 1, [1,5; 2]$
5. $f(x) = \frac{1}{7}x^7 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x, [1; 1,5]$
6. $f(x) = x^3 - 3 \sin x, [0,5; 1]$
7. $f(x) = 5x^2 - 8x^{5/4} - 20x, [3; 3,5]$
8. $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 5x + x \ln x, [1,5; 2]$
9. $f(x) = x \sin x + 2 \cos x, [-5; -4]$
10. $f(x) = x^4 + 8x^3 - 6x^2 - 72x + 90, [1,5; 2]$
11. $f(x) = x^6 + 3x^2 + 6x - 1, [-1; 0]$
12. $f(x) = 10x \ln x - \frac{x^2}{2}, [0,5; 1]$
13. $f(x) = x^2 + 2 \left(x \lg \frac{x}{e} - 2 \right), [1,5; 2]$
14. $f(x) = \frac{2x}{\ln 2} - 2x^2, [3,5; 4,5]$
15. $f(x) = e^x - \frac{1}{3}x^3 + 2x, [-1,5; -1]$

16. $f(x) = x^4 + 2x^2 + 4x + 1, [-1; 0]$
17. $f(x) = x^5 - 5x^3 + 10x^2 - 5x, [-3; -2]$
18. $f(x) = x^2 + 3x(\ln x - 1), [0,5; 1]$
19. $f(x) = x^2 - 2x - 2\cos x, [0,5; 1]$
20. $f(x) = (x + 1)^4 - 2x^2, [-3; -2]$
21. $f(x) = 3(5 - x)^{4/3} + 2x^2, [1,5; 2]$
22. $f(x) = -x^3 + 3(1 + x)[\ln(1 + x) - 1], [-0,5; 0,5]$
23. $f(x) = 2 + x^2 + x^{2/3} - \ln(1 + x^{2/3}) - 2x \operatorname{arctg} x^{1/3}, [0,5; 1]$
24. $f(x) = x - \ln x, [0,1; 2]$
25. $f(x) = x^2 - \sin x, [0; \pi / 2]$
26. $f(x) = x^4 + x^2 + x + 1, [-1; 2]$
27. $f(x) = \sqrt{1 + x^2} + e^{-2x}, [0; 1]$
28. $f(x) = e^x + \frac{1}{x}, [0,1; 2]$
29. $f(x) = (x - 4)^2 + \ln x, [3; 5]$
30. $f(x) = x^4 + e^{-x}, [0; 1]$

Задание № 4.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$

- 1) методом градиентного спуска;
- 2) методом Марквардта.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и ее производных.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + e^{x_1^2+x_2^2} - x_1 + 2x_2.$
2.	$f(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1} + 0.5x_1 - 0.5x_2.$
3.	$f(x) = x_1^4 + 2x_2^4 + x_1^2x_2^2 + 2x_1 + x_2.$
4.	$f(x) = x_1^2 + 3x_2^2 + \cos(x_1 + x_2).$
5.	$f(x) = \sqrt{1 + 2x_1^2 + x_2^2} + e^{x_1^2+2x_2^2} - x_1 - x_2.$
6.	$f(x) = x_1 + 5x_2 + e^{x_1^2+x_2^2}.$
7.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + \sqrt{2 + x_1^2 + x_2^2} - 2x_1 + 3x_2.$
8.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin\left(\frac{x_1 - x_2}{2}\right) + x_2.$
9.	$f(x) = \ln(1 + 3x_1^2 + 5x_2^2 + \cos(x_1 - x_2)).$
10.	$f(x) = x_1^2 + e^{x_1^2+x_2^2} + 4x_1 + 3x_2.$
11.	$f(x) = x_1 + 2x_2 + 4\sqrt{x_1^2 + x_2^2 + 1}.$
12.	$f(x) = 2x_1 - 5x_2 + e^{x_1^2+0.5x_2^2}.$
13.	$f(x) = 2\sqrt{3 + x_1^2 + 2x_2^2 + 3x_3^2} - x_1 - x_3.$
14.	$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 + x_1^2x_2^2 + 2x_3 - x_2 + e^{x_2^2+x_3^2}.$
15.	$f(x) = 4\sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2} + x_1 - 2x_2.$
16.	$f(x) = 2x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + x_3^4 + x_1^2x_3^2 + x_1 + x_2.$
17.	$f(x) = x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 + \cos(x_1 - x_2 + x_3).$

18.	$f(x) = e^{x_1^2+x_3^2} + \ln(4 + x_2^2 + 2x_3^2).$
19.	$f(x) = x_1 + x_2 - 5x_3 + e^{x_1^2+2x_2^2+x_3^2}.$
20.	$f(x) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2x_2^2 + \sqrt{5 + x_2^2 + 2x_3^2} + x_1 + x_3.$
21.	$f(x) = 2x_1^2 + x_2^2 + 4x_3^2 - 2\sin \frac{x_1 + x_2 - x_3}{2}.$
22.	$f(x) = 2\sqrt{x_1^2 + 3x_2^2 + 3} + x_2^2x_3^2 - x_1 - x_2.$
23.	$f(x) = x_1 - x_2 + x_2^2 + x_3^2 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
24.	$f(x) = x_1 + x_2 + x_3 + 3\sqrt{x_1^2 + x_3^2 + 1} + e^{x_1^2+x_3^2}.$
25.	$f(x) = \sqrt{x_2^2 + x_3^2 + 3} + x_1^2 + x_2^2 + \sin(x_1 + x_2).$
26.	$f(x) = x_1 + 10x_2 - 3x_3 + e^{x_1^2+x_2^2+x_3^2}.$
27.	$f(x) = e^{x_1^2} + (x_1 + x_2 + x_3)^2.$
28.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 - 2\cos \frac{x_1 - x_2 + x_3}{2}.$
29.	$f(x) = 2x_1^2 + 3x_2^2 - \sin(x_1 + 2x_2).$
30.	$f(x) = 3x_1^2 + x_2^2 + e^{x_1^2+x_3^2} - x_2 + 3x_3.$

Задание № 5.

Решить задачу многомерной безусловной оптимизации.

Найти минимум функции $f(x)$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$

- 1) методом штрафных функций или методом барьерных функций.
- 2) методом факторов.

Сравнить методы, для чего найти число итераций, число вычислений функции и т.д.

№ вар.	Функция
1.	$f(x) = 10x_1 - x_2,$ $x_1^2 - 4x_1 + x_2^2 + 3 \leq 0,$ $x_1^2 + 4x_2^2 - 4x_2 - 4 \leq 0.$
2.	$f(x) = x_1^2 - 3x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 - 2x_2 \leq 0,$ $-x_1 + x_2 \leq 0.$
3.	$f(x) = x_1^2 + 9x_2^2 - 12x_1 - 36x_2,$ $-1 \leq x_1 \leq 4, \quad 1 \leq x_2 \leq 2.$
4.	$f(x) = 2x_1 + x_2,$ $(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 \leq 1.$
5.	$f(x) = 2\sqrt{1 + x_1^2 + 2x_2^2} + x_1 + x_2,$ $5 \leq x_1 \leq 8, \quad 1 \leq x_2 \leq 10.$
6.	$f(x) = x_1^2 - 8x_1 + x_2^2,$ $x_1 + (x_2 - 4)^2 \leq 9.$
7.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_1 + x_2 + x_3,$ $x_1 + x_2 - x_3 = 3.$
8.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 - 4x_1 - 6x_2 - 2x_3,$ $2x_1 + x_3 = 2.$
9.	$f(x) = (x_1 - 2)^4 + (x_2 - 1)^4,$ $2x_1 + x_2 \leq 2.$
10.	$f(x) = x_1^2 - x_2,$ $2x_1 - 2x_2 \leq 1.$

11.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 13,$ $2x_1 + x_2 \leq 10.$
12.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2,$ $5x_1 + 13x_2 \leq 51,$ $15x_1 + 7x_2 \leq 107.$
13.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 4x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6.$
14.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 5x_1 - 10x_2,$ $9x_1 + 8x_2 \leq 72,$ $x_1 + 2x_2 \leq 10.$
15.	$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - 2x_2,$ $2x_1 + 3x_2 \leq 6,$ $2x_1 + x_2 \leq 4.$
16.	$f(x) = x_2^2 + 2x_1 - 2x_2 + x_3,$ $x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 6,$ $3x_1 + x_2 + x_3 \leq 2.$
17.	$f(x) = x_2^2 - x_1 - 2x_2,$ $2x_1^2 + 2x_2^2 \leq 6.$
18.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 3x_2,$ $x_1^2 + x_2^2 \leq 9.$
19.	$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_2,$ $-2x_1 + x_2^2 \leq 0,$ $x_1 - 2x_2 \leq 0.$
20.	$f(x) = x_1^2 - 6x_1 + x_2^2,$ $x_1^2 + (x_2 + 4)^2 \leq 9.$

Задания для самостоятельной работы.

Задание 1. Провести две итерации методом наискорейшего спуска в задаче нелинейного программирования без ограничений. Начиная из исходной точки $X_0 = (x_1^0, x_2^0) = (0, 1)$ и находя одномерные минимумы на каждой итерации аналитически, используя необходимое условие существования экстремума. Показать на графике направления спуска и последовательные приближения к точке минимума. Вычислить значение целевой функции в исходной точке и последующих приближениях.

- 1) $f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 4x_1 - 2x_2$ (min) ;
- 2) $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1 - 2x_2$ (min);
- 3) $f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 6x_1 - 4x_2 + 20$ (min) ;
- 4) $f(x_1, x_2) = 10x_1 + 10x_2 - 5x_1^2$ (max) ;
- 5) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 5x_2 - x_1^2 - x_2^2$ (max) ;
- 6) $f(x_1, x_2) = 4x_1 + 6x_2 - x_1^2 - 13$ (max) ;
- 7) $f(x_1, x_2) = 5x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$ (max) ;
- 8) $f(x_1, x_2) = -6x_1 + 2x_1^2 + 2x_2^2$ (min) ;

Задание 2. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений.

Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + a)^2 + (x_2 + b)^2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 \leq b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 \leq b_2; \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Значения коэффициентов целевой функции и системы ограничений:

№ варианта \ Параметры	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a	-5	-6	-1	-2	-3	-1	-3	-2	-2	1
b	-4	-2	-1	-1	-4	-1	-1	-6	-2	-1
a_{11}	5	2	5	2	3	3	3	3	6	6
a_{12}	-4	5	-4	5	8	5	8	5	7	7
b_1	-20	20	-20	20	24	15	24	15	42	42
a_{21}	3	2	3	2	4	5	4	5	3	3
a_{22}	2	1	2	1	7	3	7	3	-2	-2
b_2	30	10	30	10	28	15	28	15	-6	-6

Задание 3. Двум предприятиям на пять лет выделены средства в количестве $a=2000$ ден. ед. Известно, что доход от x единиц на первом предприятии равен $f_1(x)=5x$, от y ден. единиц на втором предприятии – $f_2(y)=6y$ ден. единиц. К концу года остаток средств равен соответственно $q_1(x)=0,8x$, $q_2(y)=0,3y$. Как распределить средства между предприятиями, чтобы общий доход был наибольшим? Решить задачу методом динамического программирования.

Задание 4. Найти графически решение задачи выпуклого программирования. Составить функцию Лагранжа и найти ее седловую точку.

$$Z(x_1, x_2) = 2 - x_1^2 - 2x_2^2 \rightarrow \max ;$$

$$\begin{cases} x_2 \leq 4 - x_1^2; \\ x_1 + x_2 \geq 1; \\ x_1 \geq 0; x_2 \geq 1. \end{cases}$$

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.

Вопросы к зачету с оценкой

1. Линейные и нелинейные задачи оптимизации.
2. Поверхности уровня функции n переменных. Линии уровня.
3. Условный и безусловный экстремум. Допустимая область.
4. Необходимые условия экстремума целевой функции.
5. Второй дифференциал целевой функции. Матрица Гессе.
6. Достаточные условия экстремума целевой функции.
7. Уравнения связи в экстремальных задачах. Метод множителей Лагранжа.
8. Выпуклые множества в n-мерных пространствах, их свойства.
9. Алгебраические и аналитические свойства выпуклых функций.
10. Задача выпуклого программирования.
11. Геометрический метод решения задачи выпуклого программирования.
12. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Общая и каноническая формы.
13. Свойства опорного решения ЗЛП.
14. Общая схема симплексного метода решения ЗЛП.
15. Свойства оптимальных решений задачи линейного программирования.
16. Критерий оптимальности решения ЗЛП.
17. Понятие двойственности в линейном программировании.
18. Свойства решений взаимно двойственных задач.
19. Транспортная задача по критерию стоимости. Открытая и закрытая модели.
20. Методы построения начального опорного решения транспортной задачи.
21. Критерии оптимальности базисного решения транспортной задачи.
22. Метод потенциалов решения транспортной задачи.
23. Приближенное решение задач выпуклого программирования.
24. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования. Метод спуска.
25. Метод последовательной безусловной минимизации.
26. Постановка задачи вариационного исчисления. Уравнения Эйлера.
27. Построение экстремалей в задачах вариационного исчисления.
28. Метод штрафных функций.

Контролируемые компетенции: ОПК-1, ОПК-3.

Оценка компетенций осуществляется в соответствии с таблицей 4.